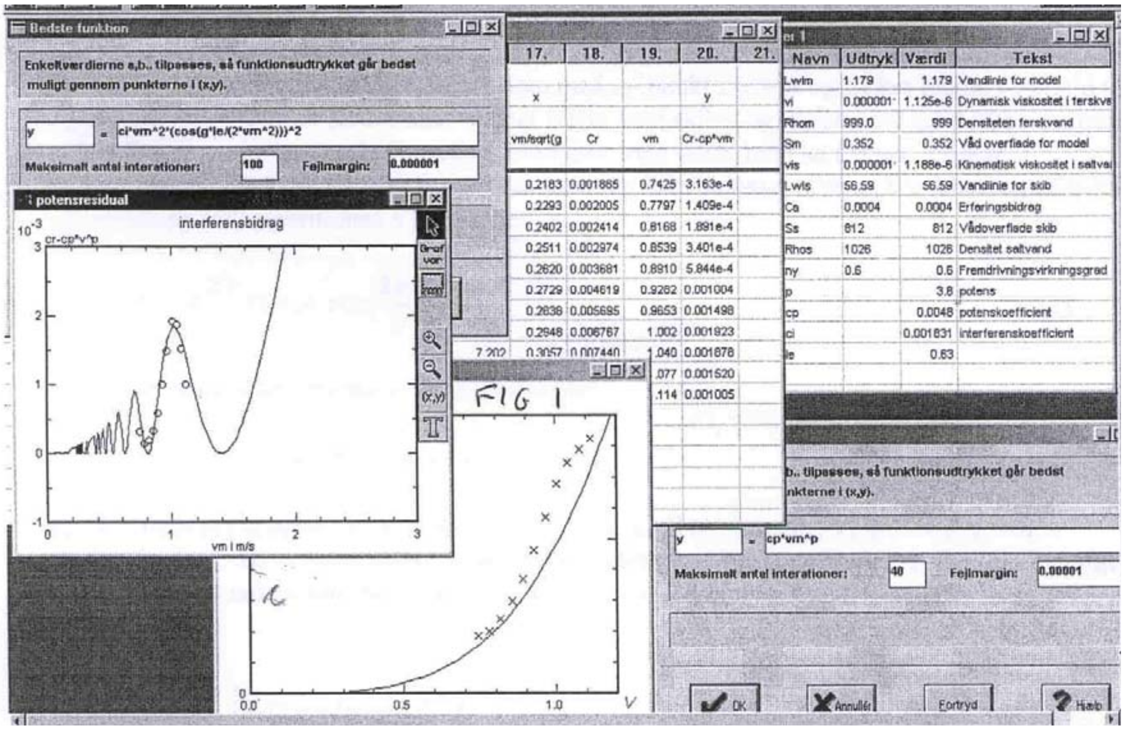
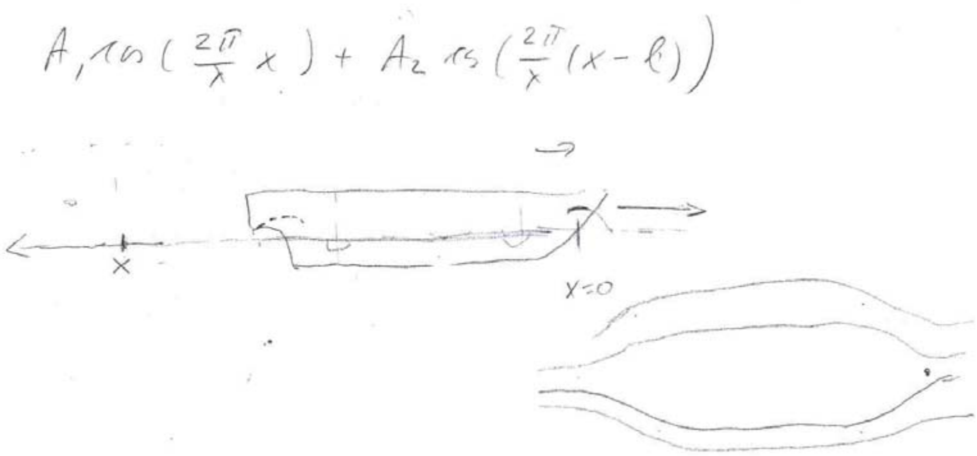
FITNING AF RESTMODSTAND PÅ SKIBE

Ole Trinhammer,
Rungsted Gymnasium 2000, redigeret 2008

Databehandlingen af målinger på skibsmodstand kan videreføres med en fitning, der påviser interferensdelen i bølgemodstandskoefficieten c_{rest}. Her skal en simpel model gennemgås.



Figur 1. Skærmdump af fitning af restmodstandskoefficienten, dvs. bølgemodstanden, i FPro



Figur 2. Skitse af skib med bølgedannelse for (x = 0) og agter (x = l).

Restmodstandskoefficienten c_r ser ud til at variere i forhold til en potensafhængighed af hastigheden, se figur 1. Vi vil prøve at forstå variationen som en *interferensvirkning*.

Lad os derfor først se på interferensen mellem en bølge 1 udsendt fra *boven* og en bølge 2 udsendt fra *hækken*. Vi indlægger et koordinatsystem med nulpunkt i boven og x-akse bagud i forhold til sejlretningen, se figur 2. Koordinatsystemet følger med skibet og det samme gør bølgemønstret fra skibet. Bølgerne fra bov og hæk varierer altså ikke med tiden, men kan beskrives som to cosinusser i x. (Overvej, hvorfor netop cosinusser og ikke sinusser eller en kombination). Samlet fås udsvinget $y(x)$ i positionen x bag skibet

$$y(x) = A_1 \cos(\frac{2\pi}{\lambda} x) + A_2 \cos(\frac{2\pi}{\lambda}(x-l)) . \tag{1}$$

Vi minder om additionsformlen fra matematikken

$$\cos u + \cos v = 2\cos\tfrac{1}{2}(u+v)\cos\tfrac{1}{2}(u-v) . \tag{2}$$

For nemheds skyld sætter vi de to amplituder A_1 og A_2 til at være ens. Vi kalder den fælles amplitude A. I praksis vil bovamplituden A_1 være større end hækamplituden A_2 for "almindelige" skibe, mens det nok er omvendt for hurtigfærger (pga. virkningen fra turbinerne?). Benyttes (2) i (1) fås så

$$\begin{aligned} y(x) &= 2A\cos\frac{1}{2}\frac{2\pi}{\lambda}(2x-l)\cos\frac{1}{2}\frac{2\pi}{\lambda}l \\ &= 2A\cos\frac{\pi}{\lambda}(2x-l)\cos\frac{\pi}{\lambda}l \\ &= 2A\cos\frac{g}{2v^2}(2x-l)\cos\frac{gl}{2v^2} \end{aligned} \tag{3}$$

hvor vi i det sidste lighedstegn har udnyttet formlen for dybhavsbølger

$$v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} \Leftrightarrow \frac{\pi}{\lambda} = \frac{g}{2v^2} . \tag{4}$$

Vi ser at bølgemønstret som følge af interferens er en *stående bølge*

$$y(x) = B\cos\frac{g}{2v^2}(2x-l) \tag{5}$$

hvor amplitudefaktoren

$$B = 2A\cos\frac{gl}{2v^2} . \tag{6}$$

Den effekt, der trækkes ud af skibet må forventes at være proportional med energiindholdet i en sådan stående bølge. Dette energiindhold repræsenterer en potentiel energi, der er proportional med kvadratet på amplituden (se Ymer s50). Vi forventer altså, at interferensbidraget er proportionalt med B^2. De hastigheder vi skal holde øje med, er dem, hvor der er destruktiv interferens, hulninger (hollows) henholdsvis konstruktiv interferens, bump (humps). Interferensbetingelsen

$$l = n\frac{\lambda_n}{2} \qquad \text{n hel} \qquad (7)$$

giver således en serie af hastigheder

$$v_n = \sqrt{\frac{g\lambda_n}{2\pi}} = \sqrt{\frac{gl}{n\pi}} \qquad (8)$$

Opgave 1: Hvad skal der gælde om *n*, for at der er destruktiv, henholdsvis konstruktiv interferens?

Opgave 2: Vis, at B^2 er 0, hhv. 1, når der er destruktiv, hhv. konstruktiv interferens.

Vi forventer endvidere at betydningen af interferensen vokser med skibets, og dermed bølgernes hastighed. F.eks. kan vi gætte på en afhængighed af hastighedskvadratet (svarende til hastighedskvadratet i udtrykket for den kinetiske energi). Vi vil altså gætte på, at restmodstandskoefficienten kan fittes med et udtryk af formen

$$c_R = c_p v_m^p + c_i v_m^2 \cos^2\left(\frac{gl_e}{2v_m^2}\right) \qquad (9)$$

hvor c_p og c_i er konstanter og l_e er skibets "effektive længde". Første led beskriver den generelle potensafhængighed, mens andet led er interferensbidraget.

Opgave 3: Opskriv (1) i det tilfælde, hvor der er en bulb på skibet (model 3C). Der skal så være 3 led. Overvej, hvordan dette komplicerer interferensbidraget.

Mit forslag til en fitning af interferensbidraget i dette tilfælde er

$$c_i v_m^2 \cos^2\left(\frac{gl_e}{2v_m^2}\right) \rightarrow c_i v_m^2 \left(x\cos^2\frac{gd_e}{2v^2} + (1-x)\cos^2\frac{gl_e}{2v^2}\right) \qquad (10)$$

hvor d_e er den effektive afstand mellem bov og bulbspids og *x* udtrykker, hvor stor en del bulbinterferensen udgør af den samlede interferens. Måske skal der også "fifles" med eksponenten på v_m; den er ikke nødvendigvis 2. Hvis man ønsker at modstandskoefficienterne c_p og c_i skal være dimensionsløse, og det gør "man", kan man "normalisere" hastighedskvadraterne, således, at f.eks. (9) bliver

$$c_R = c_p\left(\frac{v_m}{\sqrt{gl_e}}\right)^p + c_i\left(\frac{v_m}{\sqrt{gl_e}}\right)^2 \cos^2\left(\frac{gl_e}{2v_m^2}\right). \qquad (11)$$

Hvordan gennemføres fitningen?

1. Først tegnes graf med modelhastighed på 1. aksen og restmodstandskoefficient på 2. aksen.

2. Så fittes med en ren potensfunktion. Man gætter på en passende potens og FPRO lægger en potensfunktion med punkterne spredt omkring. Det er *ikke* denne, der skal benyttes.

3. Potensfunktione forskydes manuelt ned i underkanten af målingerne, således at det formodede interferensbidrag ligger ovenpå. Altså man justerer på de værdier for p og cp, som FPRO har foreslået. Når man er tilfreds fastholder man disse værdier og ændrer dem altså *ikke* i det følgende.

4. Man opretter en ny variabel, som angiver *forskellen* (residualet) mellem den målte restkoefficient og værdien af potensfunktionen.

5. Nu tegnes en ny graf (filer, nyt vindue) med modelshastighed på 1. aksen og residualet på 2. aksen. Residualet er det formodede interferensbidrag.

6. Interferensbidraget fittes nu endelig.

7. Nu åbnes et tredje grafvindue, hvori man plotter de målte restmodstandskoefficienter som funktion af modelhastigheden (som i graf 1). Den samlede fitning tegnes i samme grafvindue. Dvs. man sammenligner målingerne med det endelige fit.

8. Man noterer sig de forskellige fittekonstanter, og overvejer om de lyder rimelige.