

## 10036 ELEKTROMAGNETISME FOR FYSIKERE

EFTERÅR 2008

### ØVELSE 2

#### MIKROBØLGEOPTIK

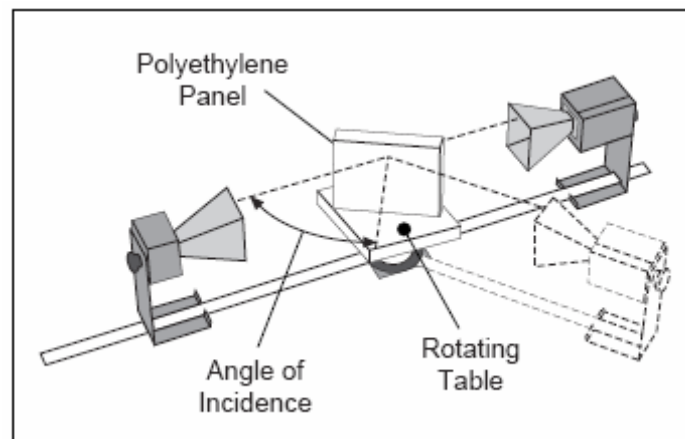
**Placering:** Bygning 307 stuen V, Nanoteket

**Praktisk vejledning:** Instruction Manual and Experiment Guide for the PASCO scientific model WA-9314B. Fås i fildeling under 10036 på CampusNet.

**Relevant tekst i Griffiths:** Kapitel 9, specielt 9.2, 9.3, 9.4.1, 9.4.2.

**Supplerende læsning:** University Physics, 12th ed., kap. 32-36, specielt 33.5, 35.1, 36.4, 36.5

**Vejleder:** Ole Trinhammer



## Baggrund

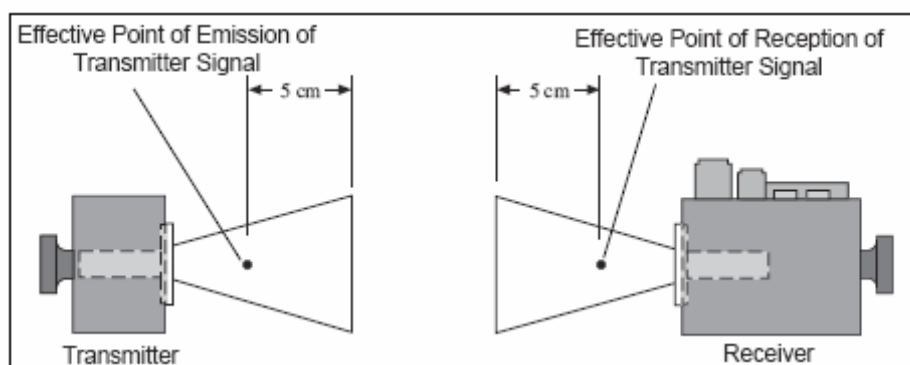
En af de mest dramatiske forudsigelser, der kom ud af Maxwells ligninger i 1860'erne, var sammenhængen mellem elektromagnetisme og optik, nemlig at lys kan beskrives som en elektromagnetisk bølge. Tilsvarende kan fænomener, som vi typisk kender fra optikken (f.eks. interferens, brydning i prisme og refleksion), også observeres med andre elektromagnetiske bølger f.eks. radiobølger og mikrobølger.

Mikrobølger, som har bølgelængder på nogle få cm, bruges i øvelsen til at illustrere *bølgeeffekter*, som superposition og interferens og illustrere fænomener fra den geometriske optik (stråleoptik), såsom refleksion og brydning. Effekterne er altså de samme, som kendes for synligt lys. Men da både bølge- og stråleegenskaber i nogle tilfælde optræder samtidigt, bliver målingerne vanskeligere at fortolke.

De vigtigste elementer i forsøgsopstillingen er en sender, en modtager og forskellige plader og objekter, som kan reflektere (helt eller delvist), bryde bølgerne eller udvælge bestemte polarisationstilstande. Elektromagnetiske bølger er, som beskrevet i kapitel 9, karakteriseret ved en bølgelængde og en frekvens ( $\sim 10$  GHz for mikrobølger) samt en polarisation (E-feltets retningsegenskaber). Polarisationen er i vores tilfælde lineær, dvs. at det elektriske felt (og også det magnetiske felt) svinger op og ned langs bestemte akser, som altid er vinkelrette på udbredelsesretningen. (Griffiths eq. (9.49)).

### Detaljer om udstyret

For tekniske detaljer: Se PASCO-manual i fildeling. For afstandsmålinger defineres sende- og modtagepunkter 5 cm inde fra kanten af tragtene, se figur 1.



Figur 1

## Fremgangsmåde

Øvelsen er opdelt i en række mindre undersøgelser

### Karakterisering af bølgerne

1. Bølgelængdebestemmelse
2. Afstandsafhængighed for bølgens intensitet
3. Polarisationssegenskaber

*Et specielt polarisationsfænomen*

6. Brewstervinkel

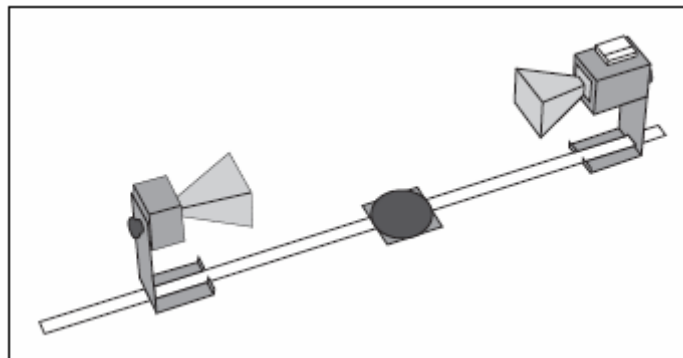
### Stråleoptik fortsat

### Interferens og stråleoptik

4. Dobbeltpalteforsøg
5. Refleksion (incl. intensitetens vinkelspredning)

7. Brydning af mikrobølger

8. Fiberoptik – en anvendelse af brydningsloven



Figur 2. Opstilling til bølgelængdebestemmelse med senderen til venstre.

## Karakterisering af bølgerne

1. *Bølgelængde.* Opstilling som i figur 2. Signalet fra senderen vil delvist reflekteres fra modtageren. Resultatet er et interferensfelt i området mellem sender og modtager. For visse afstande mellem sender og modtager, vil feltet være et resultat af henholdsvis konstruktiv eller destruktiv interferens mellem signalet fra senderen og det reflekterede signal fra modtageren, jvf stående bølger.

- a. Forskyd modtageren hen over f.eks. 10 intensitetsmaksima og bestem herved  $\lambda$ .
- b. Beregn frekvensen af mikrobølgerne. (PASCO opgiver 10,525 GHz)

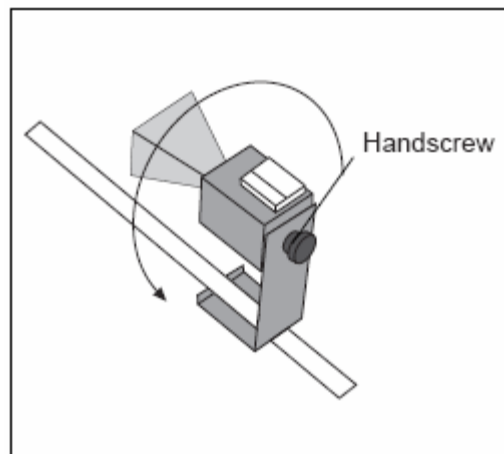
2. *Afstandsafhængighed.* Samme opstilling. Intensitetens afstandsafhængighed fra senderen måles i en række maxima. Modtageren er udstyret med forstærkerindstillinger. Ved indstillingen 30X, skal visningen ganges med 30. 'Variabel følsomhed' i nulstilling i bund mod uret giver sammenlignelighed ved skalaskift. Da dioden i modtageren ikke er helt lineær, især ikke ved store signalstyrker, er det mest hensigtsmæssigt at måle i fjernfeltet for at få det mest retvisende billede af afstandsafhængigheden.

- a. Undersøg grafisk om metervisningerne følger hhv  $1/r$  eller  $1/r^2$ .

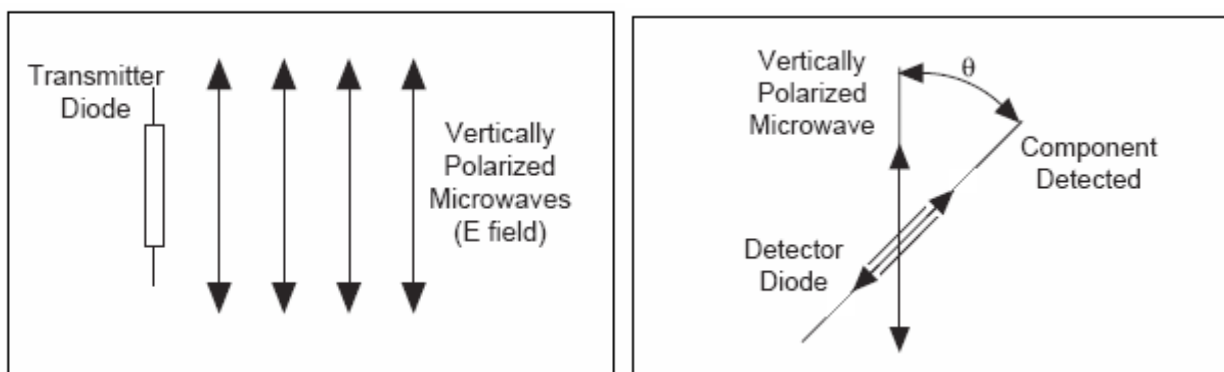
- b. Passer afhængigheden bedst med kuglebølger, cylinderbølger eller planbølger? For at kunne svare på spørgsmålet, skal I overveje, om I forventer at modtagersignalet er proportionalt med det elektriske felt ( $E$ ) eller intensiteten ( $I$ ).
- c. I kan eventuelt studere spørgsmålet om modtagerdiodens linearitet ved at lave to forskellige måleserier ved hhv små afstande, hvor intensiteten er forholdsvis stor, og ved større afstande, hvor den er lavere.

3. *Polarisationsegenskaber.* Opstilling som på figur 2 med fast afstand og drejning af modtageren som i figur 3 og 4. Typisk 20-30 cm til centrum for goniometret.

- a. Undersøg metervisningen for forskellige rotationer af modtageren fra  $\theta = 0$  til 180 grader.
- b. Hvis metervisningen er proportional med det elektriske felt  $E$ , vil visningerne følge  $\cos\theta$ . Hvis metervisningen er proportional med intensiteten  $I$ , vil visningerne følge  $\cos^2\theta$ . Begrund disse påstande og sammenhold dem grafisk med jeres målinger. Passer det med resultatet fra undersøgelse af afstandafhængigheden?

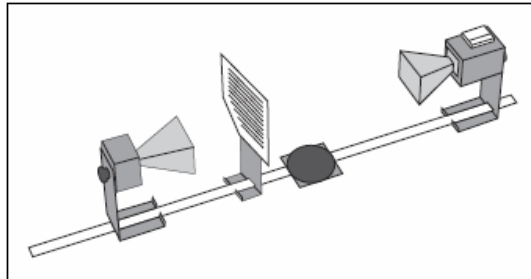


Figur 3. Rotation af modtager til polarisationsmålinger.



Figur 4. a. Lodret polarisering i senderdiode, b. projiceret komponent i modtagerdioden.

- c. Opstilling som i figur 5. Udslukningen ved 90 grader, som I har målt i 3a tyder på, at vi har med et (plan)polariseret signal at gøre. (Begrund dette). Det skal I nu undersøge nærmere. Placér et polarisationsfilter af metal med spalterne vandret. Gennemfør en måleserie, hvor sender og modtager begge drejes samme vinkel i forhold til filteret. Graf, konklusion, passer det med resultatet i a?



Figur 5. Opmåling med polarisationsfilter.

Vinkel	Metervisning
0 (Vandret tragt)	
22,5	
45	
67,5	
90	

- d. Placér igen polarisationsfiltret med spalterne vandret men nu med modtageren drejet 90 grader i forhold til senderen. Registrer metervisningen med filtret drejet forskellige vinkler, som i tabellen nedenfor og kommenter resultatet.

Orientering af spalter	Metervisning
Horisontal	
Vertikal	
45°	
Uden filter	

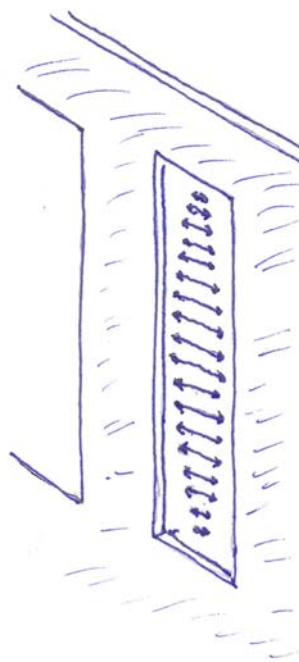
**Opgave 1:** Spalter og polarisationsretning. Bemærk, at spaltebredden i filtret er mindre end en kvart bølgelængde, og at filtret derfor kun tillader en bestemt polarisationsretning at passere.

Hvilken polarisationsretning, der kan passere spalterne, kan forstås ud fra randbetingelserne for  $E$ -feltet ved grænsen mellem metallet og luften i spalterne. Metallet kan opfattes som en perfekt leder, hvor  $E = 0$ . I kan bruge Griffiths notation (side 333 og 384) for randbetingelserne

$$\varepsilon_{\text{luft}} E_{\text{luft}}^{\text{vinkelret}} - \varepsilon_{\text{metal}} E_{\text{metal}}^{\text{vinkelret}} = \sigma \quad \text{og} \quad \vec{E}_{\text{luft}}^{\text{parallel}} - \vec{E}_{\text{metal}}^{\text{parallel}} = 0, \quad (1,2)$$

hvor  $\varepsilon$  er dielektricitetskonstanterne i de to medier,  $\sigma$  er ladningstætheden på grænsefladen mellem dem, og ”vinkelret” og ”parallel” henviser til feltets komponenter hhv. vinkelret på og parallelt med grænsefladen.

Studer figur 6 og formuler en kort forklaring, der fortæller, hvad figuren viser.



Figur 6. Passage af polarisationsfilter. Forklar selv, hvad figuren viser.

## Interferens og stråleoptik

I har nu karakteriseret mikrobølgen fra senderen med hensyn til bølgelængde, polarisationstype og bølgeform. I skal nu lave et par forsøg, hvor velkendte fænomener fra optikken studeres ved hjælp af mikrobølger. Derefter kommer et mindre kendt fænomen, Brewstervinklen, som gør det muligt også at fastlægge bølgens polarisationsretning, og som udnyttes i konstruktionen af polaroidsolbriller.

4. *Dobbeltspalteforsøg.* Når en bølge sendes gennem en dobbeltspalte, vil der dannes et diffraktionsmønster bestemt ved interferens mellem bølger, der passerer hver sin spalte. Mønsteret opstår, når afstanden mellem spalterne er større end bølgelængden. Dette er velkendt fra optikken, hvor optiske gitter anvendes i spektrometre og spektrofotometre til spaltning af lys i forskellige bølgelængder. Youngs dobbeltspalteforsøg med synligt lys havde afgørende betydning i striden om lysets natur, idet diffraktionsmønsteret kun kan forklares simpelt i en bølgemodel og ikke i en partikelmodel, som f.eks. Newton var tilhænger af. Senere fandt man med kvantemekanikken ud af, at lyset faktisk i visse situationer, såsom ved fotoelektrisk effekt, har en partikelnatur. Dobbeltspalteforsøget fik igen afgørende betydning i kvantemekanikken, da man med de Broglies forudsigelse blev klar over, at partikler i visse sammenhænge har bølgenatur, således at f.eks. en enkelt elektron interfererer med sig selv, når den passerer en dobbeltspalte. I skal undersøge dobbeltspaltefænomenet med mikrobølger.

Med betegnelserne i figur 8 har vi den velkendte teori for intensitetsmaksima i forskellige ordner  $n$  på den anden side af dobbeltspalten

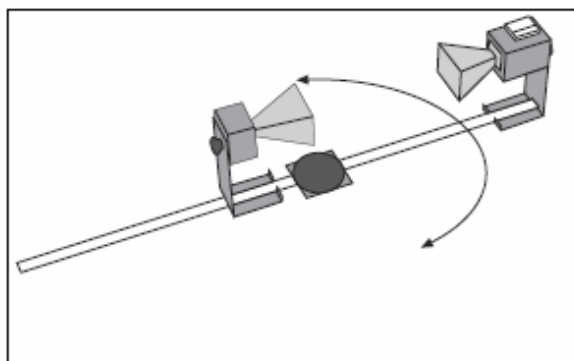
$$n\lambda = d \sin \theta_n, \quad (3)$$

hvor  $\lambda$  er mikrobølgernes bølgelængde. I skal måle intensitetsfordelingen som funktion af vinklen og undersøge, om man kan påvise forskellige ordner, og hvor godt disse eventuelt passer med teorien.

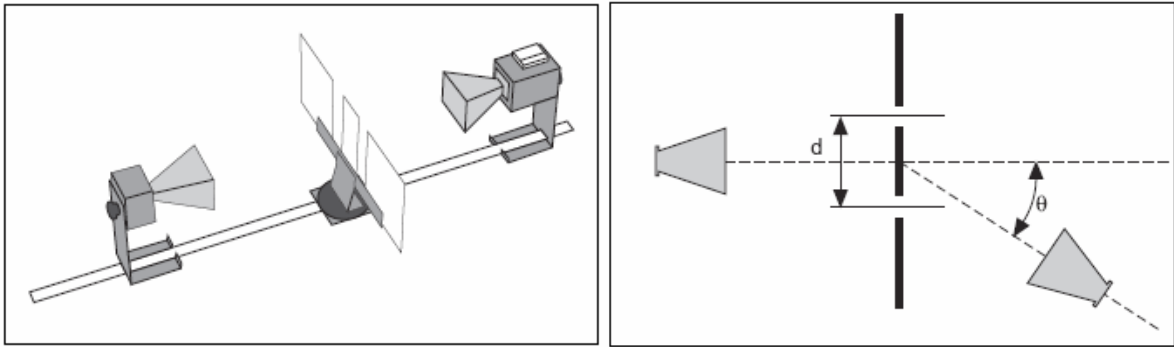
- Opstilling som figur 7. Lav en indledende måleserie, hvor senderen placeres i centrum af drejeskiven og modtageren placeres langs en cirkelbue i forskellige vinkler. Tegn graf, der viser signalets vinkelfordeling.
- Opstilling som figur 8. Undersøg spredningsmønsteret bag to forskellige dobbeltspalteopstillinger fremstillet af metalplader. Spalterne anbefales 1,5 cm brede og adskilt af først den smalle og siden den bredere plade. Vær nøjagtig med konstruktionen.

Udfordring: Der er flere forhold i den konkrete opstilling, der vanskeliggør en sammenligning med ovenstående formel (3). Forsøget foregår i nærfeltet, som ikke er planbølger, mens teorien beskriver forholdene i fjernfeltet. Endvidere kan vi ikke forvente at rækken af intensitetsmaksima skal ligge på en cirkelbue, jvf. figur 9. Udfordringen for jer er at udforske feltet bag dobbeltspalten, for at se, om der alligevel skulle være en vis systematik i vinklerne for konstruktiv interferens, og om denne systematik ser ud til at kunne "pege ud mod fjernfeltet" i retningerne givet ved formel (3) ovenfor.

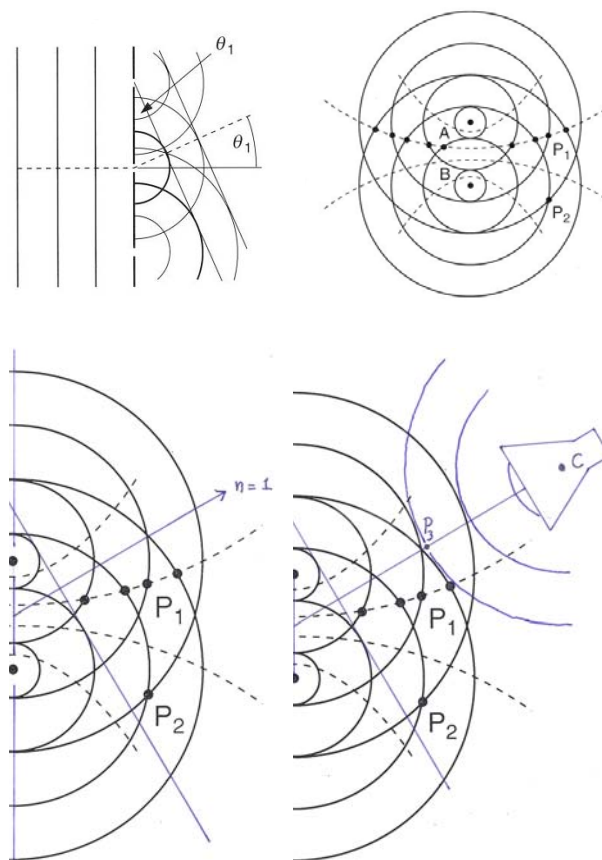
I kan vælge at nøjes med at variere modtageren langs en cirkelbue, eller I kan forsøge jer med også at forskyde modtageren lidt i radial retning omkring de vinkler, hvor I umiddelbart finder maksima. Resultaterne præsenteres som en graf, der viser intensitetens vinkelafhængighed for fast, hhv. justeret radius. Sammenlign med de forventede vinkler ifølge fjernfeltresultatet formel (3).



Figur 7. Indledende undersøgelse af signalfordeling.

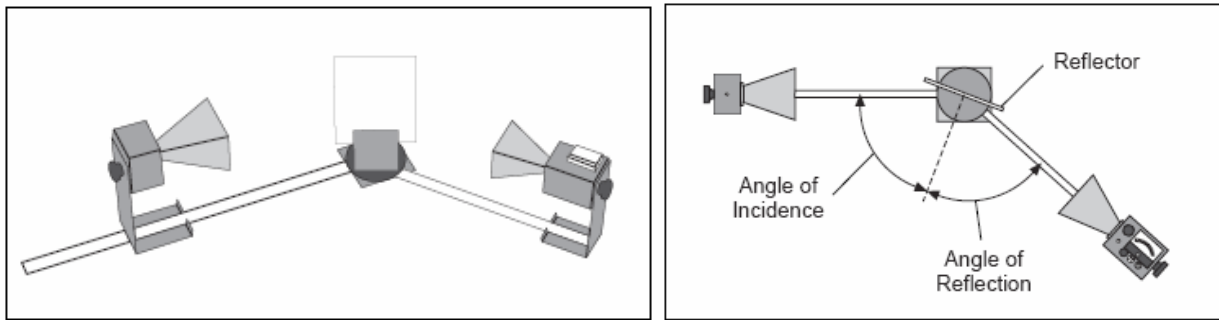


Figur 8. Opstilling til dobbeltspalteforsøg.



Figur 9. a. Konstruktion af fjernfeltresultatet for mange spalter (gitter), der rammes af et planbølgetog. Huygens princip om udsendelse af ringbølger i spalteåbningerne er brugt. b. De to bølgegivere i A og B giver destruktiv interferens langs hele perlerækken af punkter på den stiplede hyperbel gennem  $P_1$  (lidt upræcis markering). Energien bevæger sig i "kanalerne" mellem disse hyperbelgrene, således, at der f.eks. er konstruktiv interferens i  $P_2$ . c. Bemærk, at fjernfeltretningen for første orden ( $n = 1$ ) ikke stemmer helt overens med kurven gennem maximaerne. d. Refleksioner fra modtageren interfererer med signalet (jvf stående bølger i øvelse 1). I den viste stilling er man tæt på konstruktiv interferens i  $P_3$  og samtidig i C, hvor der måles. Man kan IKKE forvente konstruktiv interferens for samme radius i 0. orden.

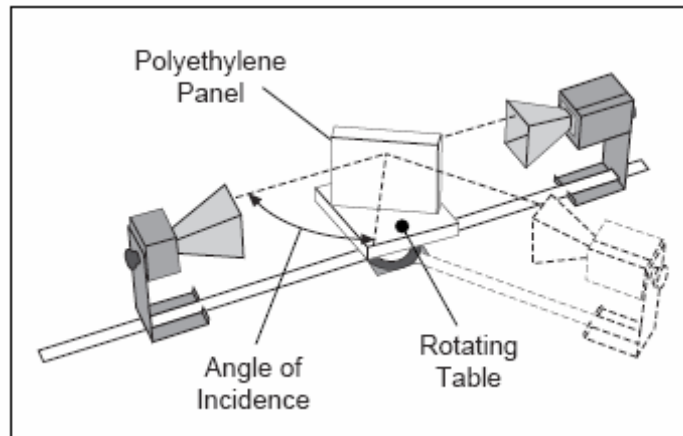




Figur 10. Opstilling til undersøgelse af refleksion.

5. *Refleksion og vinkelspredning.* Spejlingsloven ”udfaldsvinkel er lig indfaldsvinkel” er velkendt fra stråleoptikken. Her skal I kort undersøge, om spejlingsloven ser ud til at gælde også for mikrobølger til trods for at disse ikke opfører sig som stråler, men har en vis vinkelspredning i intensitetsfordelingen.

- Udstyret monteres som i figur 10 med en metalplade som reflektor. Nøjs med en enkelt indfaldsvinkel, f.eks.  $40^\circ$  og noter til gengæld visningen for forskellige indstillinger af udfaldsvinklen varieret f.eks. i skridt på  $1^\circ$  op til  $\pm 10^\circ$  omkring  $40^\circ$ . Graf. Hvad viser resultatet?
- Undersøg eventuelt om afstandene til reflektoren påvirker vinkelspredningen.
- Forslag til udvidede undersøgelser: Metal er en god reflektor for mikrobølger. Hvor godt reflekterer den malede masonitplade, og hvad skyldes forskellen? Afhænger refleksionen af indfaldsvinklen?

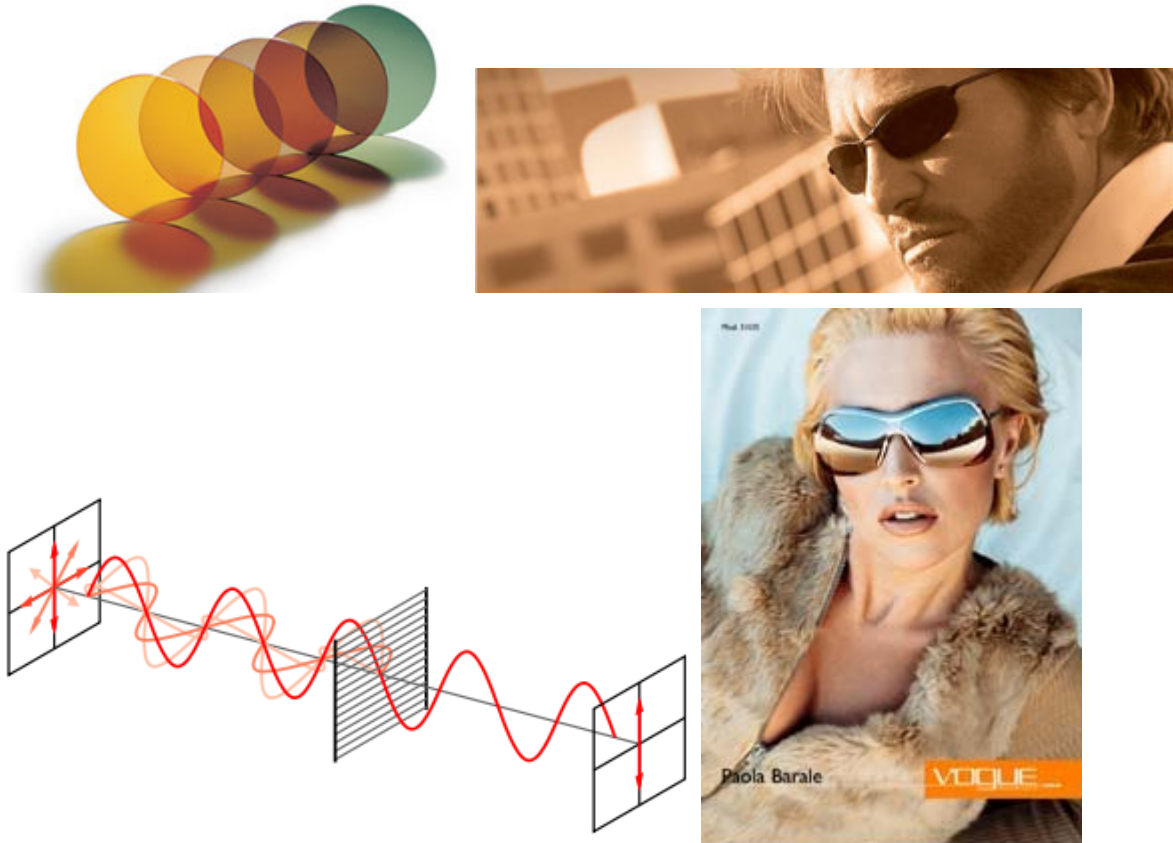


Figur 11. Opstilling til bestemmelse af Brewstervinkel

### Et specielt polarisationsfænomen. Brewstervinklen

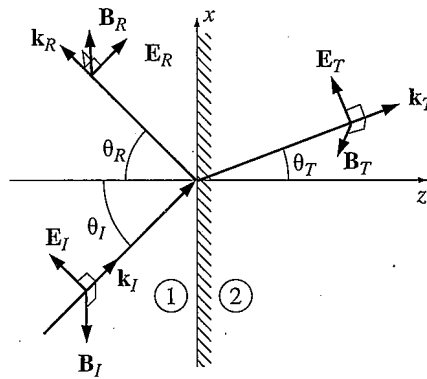
6. *Brewstervinkel.* I polaroidsolbriller har glassene en tynd belægning, som sorterer den ene polarisationskomponent væk. Med det kendskab I her skal få til vinkelafhængighed af lysrefleksion samt Brewstervinkel, vil I kunne svare på, hvordan disse solbriller skal indrettes, så de bliver velegnede, især når Solen står lavt over en reflekterende overflade såsom en vej eller sne, eller et hav.

- Opstilling som i figur 11. En polyethylenblok stilles på et drejeligt bord af ethaskum. Først måles med "lodret" tragtåbning som i figur 11, dernæst med vandret åbning. Metervisningerne noteres for udfaldsvinkler lig indfaldsvinkler fra  $20^\circ$  til  $75^\circ$  i spring på  $5^\circ$ . Bemærk, at goniometret (drejelig arm) kun kan dreje ned til  $20^\circ$  den ene vej.
- Tegn graf og find eventuelle Brewstervinkler for hhv. vandret og lodret polarisation. Sammenlign med de teoretiske forudsigelser nedenfor. Hvilken polarisationsretning har strålingen, når tragtåbningen er lodret?



Figur 12. Fra synoptik.dk og fra da.wikipedia.org.

- Brydningsindekset for polyethylen er ca. 1,5, mens man kan regne med at  $\mu_1 = \mu_2$ . Hvilken Brewstervinkel svarer det til? Sammenlign med det observerede.
- Forklar, hvordan polaroidsolbriller virker.



Figur 13. Refleksion og transmission af indkommende stråling. Fra Griffiths fig. 9.15.

### Teori om Brewstervinkel.

For en bølge, der er polariseret i indfaldsplanet kan refleksionen forsvinde helt ved en bestemt vinkel, der afhænger af materialegenskaberne. Idet vi følger Griffiths har vi ved grænsefladen randbetingelsen (9.74 iii)

$$\vec{E}_1^{\parallel} = \vec{E}_2^{\parallel} \quad (4)$$

Denne betingelse giver en relation mellem den indkommende  $E$ -feltamplitude og henholdsvis den reflekterede og transmitterede så man for stråling polariseret i indfaldsplanet ( $xz$ -planet i figur 13) har

$$\tilde{E}_{0I} \cos \theta_I + \tilde{E}_{0R} \cos \theta_R = \tilde{E}_{0T} \cos \theta_T. \quad (5)$$

Randbetingelsen (9.74 iv) for  $B$ -feltet

$$\frac{1}{\mu_1} \vec{B}_1^{\parallel} = \frac{1}{\mu_2} \vec{B}_2^{\parallel} \quad (6)$$

og relationerne (9.75-9.77)

$$\tilde{B}_{0I} = \frac{1}{v_1} \tilde{E}_{0I}, \quad \tilde{B}_{0R} = -\frac{1}{v_1} \tilde{E}_{0R} \quad \text{og} \quad \tilde{B}_{0T} = \frac{1}{v_2} \tilde{E}_{0T} \quad (7)$$

giver en anden relation mellem  $E$ -feltamplituderne (9.104)

$$\frac{1}{\mu_1 v_1} (\tilde{E}_{0I} - \tilde{E}_{0R}) = \frac{1}{\mu_2 v_2} \tilde{E}_{0T}. \quad (8)$$

Ligningerne (5) og (8) kan tilsammen løses for henholdsvis den reflekterede og den transmitterede amplitude (9.109)

$$\tilde{E}_{0R} = \frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta} \tilde{E}_{0I} \quad \text{og} \quad \tilde{E}_{0T} = \frac{2}{\alpha + \beta} \tilde{E}_{0I}. \quad (9)$$

Her er

$$\alpha \equiv \frac{\cos \theta_T}{\cos \theta_I} \quad \text{og} \quad \beta = \frac{\mu_1 n_2}{\mu_2 n_1}. \quad (10)$$

Benyttes brydningsloven (*Snells lov*)

$$\frac{\sin \theta_T}{\sin \theta_I} = \frac{n_1}{n_2}, \quad (\text{Brydningsloven}) \quad (11)$$

kan man finde den vinkel, hvor den reflekterede strålingsamplitude er nul. Denne vinkel kaldes Brewstervinklen  $\theta_B$  og bestemmes af

$$\sin^2 \theta_B = \frac{1 - \beta^2}{(n_1 / n_2)^2 - \beta^2}. \quad (\text{Brewstervinklen}) \quad (12)$$

En tilsvarende undersøgelse for bølger polariseret vinkelret på indfaldsplanen giver Griffiths kun som en opgave (G 9.16). Resultatet er

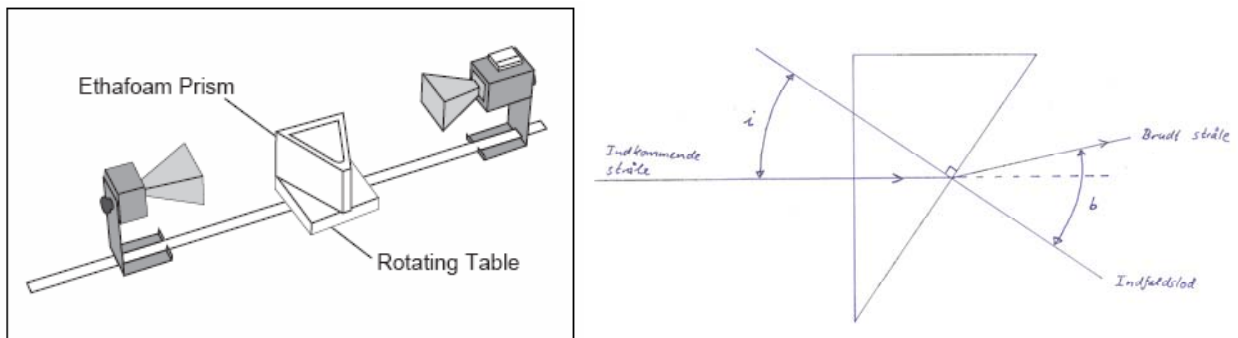
$$\tilde{E}_{0R} = \frac{1 - \alpha\beta}{1 + \alpha\beta} \tilde{E}_{0I} \quad \text{og} \quad \tilde{E}_{0T} = \frac{2}{1 + \alpha\beta} \tilde{E}_{0I}. \quad (13)$$

**Opgave 2.** Udledning af Brewstervinkler. Gennemfør udledelsen af (12). Vink: undervejs benyttes ”idiotformlen” for cos og sin. Undersøg ud fra (13), om der tilsvarende er en Brewstervinkel for bølger polariseret vinkelret på indfaldsplanen.

Note: Det kan være svært at se den præcise Brewstervinkel i dette forsøg, men man skulle tydeligt kunne se forskel på de forskellige polarisationsretningers refleksion.

## Stråleoptik fortsat

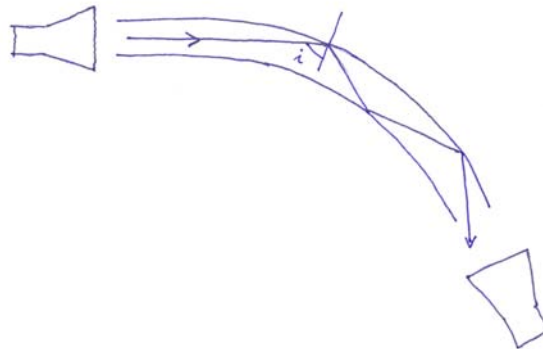
I fiberoptik udnytter man, at stråling, der bevæger sig i et medium med stort brydningsindeks ikke kan brydes ud i et omgivende medium med mindre brydningsindeks, hvis strålingens indfaldsvinkel kan holdes tilstrækkelig stor. Dermed kan man "fange" strålingen inde i en fiber og således lede den om hjørner. Fænomenet er velkendt fra optikken og I skal her undersøge det med mikrobølger.



Figur 13. Opstilling til undersøgelse af brydning.

### 7. Brydningsloven.

- Opstilling som figur 13. Roter det tomme prisme og se, om ethaskummet påvirker signalet.
- Fyld prismet med styrenpiller. I skal undersøge om brydningsloven (11) er opfyldt. For at lette vinkelbestemmelserne placeres prismet med den nærmeste flade vinkelret på den indkommende bølge og den brydende kant over centrum af vinkelmåleren. Find brydningsvinklen ved hjælp af modtageren. Hvad bliver brydningsforholdet mellem styrenfyldet og luft?
- I figur 13b antages at strålen går ubrudt gennem prismets forkant. Er det en gyldig antagelse?
- Vil I forvente at brydningsforholdet for styrenpillerne i prismesammen er det samme som for et massivt styrenprisme? Hvordan kan man eventuelt undersøge det?



Figur 14. Stråleoptisk repræsentation af signalgangen i en fiber. Kan signalet gå om hjørner?

8. *Fiberoptik*. Her er så rosinen i pølseenden. Opstilling som figur 14. En slangeformet plastikpose fyldes med styrenpiller og bindes til. Ikke for stramt; den skal kunne bøjes. Posen fungerer som optisk fiber for mikrobølger. Da brydningsindekset for styren er større end for luft, kan der nemlig optræde *totalrefleksion*. Normalt vil der ved en grænseflade dannes både en reflekteret stråle og en brudt stråle. Men ved overgang fra stort brydningsindeks til mindre optræder totalrefleksion for visse indfaldsvinkler. Dvs. signalet trænger slet ikke ud i mediet med det mindre brydningsindeks, hvis indfaldsvinklen overstiger en vis grænsevinkel  $i_G$  givet ved

$$\sin i_G = n, \quad (14)$$

hvor  $n = 1/n_2$  er det reciprokke af brydningsforhold fundet i øvelse 7. (Overvej).

- Undersøg, hvordan signalet transporteres gennem fiberen for forskellige bøjninger. Varierer signalstyrken gradvist eller pludseligt efterhånden som krumningsradius ændres?
- Undersøg forsigtigt om fiberen kan bøjes så meget, at signalet ryger ud af siden et sted. Hvis det ikke er muligt at bøje fiberen nok, kan I prøve at hælde lidt af pillerne ud og løsne lukningen.
- Stemmer den krumningsradius, hvor signalet svækkes mere pludseligt for enden af fiberen med grænsevinklen for totalrefleksion i (14)?
- Tror du plastikposen fyldt med styrenpiller vil virke på samme måde ved optiske frekvenser. Hvorfor (ikke)?
- Optiske fibre har udbredt anvendelse i datatransmission, fordi bittætheden (baud-raten) kan gøres meget høj (baud udtales på fransk, dvs 'bo' med 'o' som i niveau). Hvad gør man for at imødegå dæmpning af signalet?

Når I er færdige:

HÆLD VENLIGST STYRENPILLERNE TILBAGE I KRUKKEN.

SLUK FOR MODTAGEREN. DEN ER BATTERIDREVET.

KORTFATTET JOURNAL AFLEVERES TIL FORELÆSEREN HELST INDEN FOR DEN UGE, HVOR ØVELSEN GENNEMFØRES.