

Gunnar Christiansen,
 Institut for Fysik
 Bygning 307, DTU, 2800 Lyngby

Fysik og Nanoteknologi

10033/forelæsningerE07.tex

10. marts 2008

10033 Mekanik og fysisk modellering, efterår 2007

Lærebøger og pensum i 10033 Mekanik og fysisk modellering

Nedenfor er listet noter, som står i denne grønne mappe, samt en lærebog og en opgavesamling, der skal købes i Polyteknisk Boghandel. Med hensyn til pensum, da er det delvis specificeret ud i forbindelse med eksamensspørgsmålene, se "Mundtlig eksamen i 10033".

Der læses efter

- Erik Both, *Problemløsningsteknik*, Institut for Fysik, DTU, 2004.
- Gunnar Christiansen, Erik Both og Preben Østergaard Sørensen, *Mekanik*, Institut for Fysik, DTU, 2000. **Købes i Polyteknisk Boghandel.**
Kapitlerne 1 – 9 vil kun blive eksamineret ved, at du trækker en hjemmeopgave og forklarer, hvordan opgaven skal regnes. Dog indgår noget af kapitel 9 i spørgsmålet: Tvungne svingninger
- Eksamensopgaver i Mekanik, Polyteknisk Forlag, **Købes i Polyteknisk Boghandel.** Se desuden *Ekstra eksamensopgavetekster med lave numre* i denne grønne mappe.
- Gunnar Christiansen, *Koblede svingninger og svævnings*, Institut for Fysik, DTU, 2004.
- Carsten Knudsen, *Introduktion til Analytisk Mekanik*, Institut for Fysik, DTU, 2004. Afsnittene 1.6 og 2.2 skal ikke læses.
- H.Højgaard Jensen, *Deformerbare stoffers mekanik*, s. 42 – 44, 1960.

Forelæser

Gunnar Christiansen, bygning 307/120, tlf. 45 25 31 47, gunnar@fysik.dtu.dk

Hjælpelærere

Grupperegning:

s021646 Rune Christensen, Klasse 1

s022020 Jacob Hersbøll, Klasse 2

Computerøvelser:

s032082 Christian Glinsvad, Klasse 1

s062108 Morten Qvist Wied, Klasse 2

Forelæsnings- og opgaveplan, efterår 2007 for 10033 Mekanik og fysisk modellering

10033/lektionsplan07e.tex

Grupperegning Klasse 1, Mandag 15.00-17.00 i 302/1NV	s021646 Rune Christensen
Grupperegning Klasse 1, Torsdag 9.30-12.00 i 308/14	s021646 Rune Christensen
Grupperegning Klasse 2, Mandag 15.00-17.00 i 302/1NØ	s022020 Jacob Hersbøll
Grupperegning Klasse 2, Torsdag 9.30-12.00 i 308/15	s022020 Jacob Hersbøll
Computerøvelser Klasse 1, Torsdag 9.30-12.30 i 308/14	s032082 Christian Glinsvad
Computerøvelser Klasse 2, Torsdag 9.30-12.30 i 308/15	s062108 Morten Qvist Wied

Uge	Datoer	Gruppeopgaver regnes	Hjemmeopg. aflev.	Forelæsningsplan
36.	03.09 13.00-14.20 14.35-15.55 05.09 08.00-12.00 05.09 13.00-17.00	I 306/35 <i>Comp.øv.1</i> <i>Comp.øv.1</i>	Klasse 1 i 308/14 Klasse 2 i 308/15	1. Enheder, K1, Kinematik, K2, og 2. Newtons love, K3 til s.3-11 <i>Tekstbehandling med L^AT_EX</i> <i>Tekstbehandling med L^AT_EX</i>
37.	10.09 13.00-14.50 15.00-17.00 13.09 08.00-09.20 09.30-12.30	2-4, 2-2, 2-10 <i>Comp.øv.2</i>	2-3, 2-7, 2-8	3. Newt.love, kræfter, gnidning K3 til s.3-22 <i>Klasse 1 i 302/1NV, Klasse 2 i 302/1NØ</i> 4. Probl.løsn.tekn.,note,Partkl.syst,raket K3 <i>Grafisk afbildning</i>
38.	17.09 13.00-14.50 15.00-17.00 20.09 08.00-09.20 09.30-12.00	2-9, 3-3, 3-12 3-15, 2-12, 2-13	3-10, 3-13, 30	5. Arbejde og energi, K4 til s.4-18 6. Arb.eng., K4, Impulsmoment, K5 til s.5-7
39.	24.09 13.00-14.50 15.00-17.00 27.09 08.00-09.20 09.30-12.30	49, 4-3 <i>Comp.øv.3</i>	205, 188	7. Impulsmoment, K5 til 5-13 8. Stød, K5, Relativ bevægelse, K6 til s.6-4 <i>Mekanikopgaver med Maple</i>
40.	01.10 13.00-14.50 15.00-17.00 04.10 08.00-09.20 09.30-12.00	5-2, 213, 4-7 5-7, 5-6, 6-1, 6-2	212, 157, 239	9. Relativ bevægelse, K6 til s.6-14 10. Rel.bev. K6, Stiv.leg.bevæg. K7 til s.7-10
41.	08.10 13.00-14.50 15.00-17.00 11.10 08.00-09.20 09.30-12.30	222, 7-4, 7-1 <i>Comp.øv.4</i>	21, 134, 5-8	11. Stive legemers plane bevæg., K7 til s.7-20 12. Stive legemers plane bevægelse, K7 ud <i>Numerisk løsning af differentialligninger</i>
42.		EFTERÅRSFERIE		

Uge	Datoer	Gruppeopgaver regnes	Hjemmeopg. aflev.	Forelæsningsplan
43.	22.10	13.00-14.50		13. Almen bevægelse, kap. 8 til s.8-6
		15.00-17.00	206, 7-7, 7-6	
	25.10	08.00-09.20		14. Almen bev., K8, Svingninger K9 til s.9-4
		09.30-12.00	181, 189	
44.	29.10	13.00-14.50		15. Svingninger, K9 til s. 9-15
		15.00-17.00	8-1, 8-3, 238	
	01.11	08.00-09.20		16. Svingn. K9 ud, Kobl. svingn. note til s.14-6
		09.30-12.30	<i>Comp.øv.5</i>	<i>Tegnefilm, Bil over hustag</i>
45.	05.11	13.00-14.50		17. Centralbevægelse K11 til s.11-6
		15.00-17.00	220, 237	
	08.11	08.00-09.20		18. Keplerbev. K11, Bølger K12 til s.12-5
		09.30-12.30	<i>Comp.øv.6</i>	<i>Dæmpede og tvungne svingninger</i>
46.	12.11	13.00-14.50		19. Bølger, K12 til s.12-17
		15.00-17.00	193, 204	
	15.11	08.00-09.20		20. Bølger, K12 ud, Analyt. Mek. note til s.11
		09.30-12.30	<i>Comp.øv.7</i>	<i>Centralbevægelse</i>
47.	19.11	13.00-14.50		21. Analytisk Mekanik, Lagrange, note til s.22
		15.00-17.00	207, 232	
	22.11	08.00-09.20		22. An.Mek., Lagrange, Egensvingn., noten ud
		09.30-12.30	<i>Comp.øv.8</i>	<i>Bølger, den svingende streng</i>
48.	26.11	13.00-14.50		23. Fluid mekanik, K13 til s.13-12
		15.00-17.00	146, 133	
	29.11	08.00-09.20		24. Grundtvandsbølger, Def. stof., note s.42-44
		09.30-12.00	AM 1, 2 og 3	
49.	03.12	13.00-14.50		25. Repetition
		15.00-17.00	AM 4 og 5	
	06.12	08.00-09.20		Fri
50.				EKSAMENSPERIODE BEGYNDER
51.				MUNDTLIG EKSAMEN i dagene 18. - 21 december

Mundtlig eksamen i 10033 Mekanik og fysisk modellering

Hvornår og hvordan

Eksamen er mundtlig eksamen og foregår i dagene 18.12 – 21.12, 2006. Eksamen foregår i bygning 307 rum 027. Liste over mødetider kommer på campusnet. Du får 28 minutters forberedelse, så mødetiden svarer til, hvornår forberedelsen starter. **Der trækkes 2 spørgsmål:**

1. Spørgsmål er nummeret på en hjemmeopgave, og det går da ud på at tegne, forklare og begrunde, hvorledes problemstillingen løses. I tilknytning hertil bør læses *Problemløsningsteknik* af Erik Both. F.eks. konstateres det, at det drejer sig om et stift legeme, der udfører en plan bevægelse. Der skal da benyttes MMS og IMS osv. Nogle opgaver er fjernet fra hjemmeopgavelisten. De opgaver, du kan komme op i, er én blandt følgende opgaver:

3-13, 5-8, 6-4, 7-3, 7-5, 21, 30, 91, 123, 134, 153, 157, 160, 182, 188, 203, 205, 212, 215, 228, 231, 239, 240, 242, 243 og 288.

2. Spørgsmål drejer sig om emnerne fra forelæsningerne i slutningen af oktober og i november. Der er følgende emner:

Tvungne svingninger, kap. 9 s. 9-11 – 9-18

Centralbevægelse, generelt, kap. 11 s. 11-1 – 11-6

Keplerbevægelse, kap. 11 s. 11-6 – 11-12

Bølger: bølgeligningen og stående bølger, kap. 12, s. 12-1 – 12-3 + s. 12-10 – 12-16

Bølger: transversale bølger i svingende streng og vandrende bølger,
kap. 12, s. 12-3 – 12-5 og s. 12-8 – 12-10

Bølger: skabelse af bølge, refleksion og transmission, Kap. 12, s. 12-16 – 12-21 øv.

Koblede svingninger og svævninger: svævninger og to koblede legemer, GC-noter

Opstilling af bevægelsesligning(er) v.h.a. Lagranges ligninger for problem A,

CK-noter, s. 7 – 14 l.8 f.n. + s 19 l.4 f.n. – 26 l.7 f.o.

Opstilling af bevægelsesligning(er) v.h.a. Lagranges ligninger for problem B,

CK-noter, s. 7 – 14 l.8 f.n. + s 19 l.4 f.n. – 26 .7 f.o.

Analytisk mekanik: små svingninger, problem C,

CK-noter s. 19 l.4 f.n. – 26 l.7 f.o. + s. 29 – 33

Analytisk mekanik: små svingninger, problem D,

CK-noter s. 19 l.4 f.n. – 26 l.7 f.o. + s. 29 – 33

Bernoullis ligning og grundtvandsbølger, Kap. 13 s. 13-7 – 13-12 øv. og

Deform. Stoffers Mek. s. 42 – 44

Underpunkter til nogle af eksamensspørgsmålene i 10001 Mekanik og Fysisk Modellering

Tvungne svingninger

Mekanik, kap. 9 s. 9-11 – 9-18

- Opstil bevægelsesligningen for en tvungen svingning
 - Løsning til den homogene ligning, dæmpede svingninger
 - Løsning til den inhomogene ligning
- Skitsér løsningens amplitude som fkt af ω_t
- Skitsér løsningens faseforskydning som fkt af ω_t
 - For hvilken værdi af ω_t har vi hhv. amplituderesonans og energiresonans.

Centralbevægelse, generelt

Mekanik, kap. 11, s. 11-1 – 11-6

- Hvad er en centralbevægelse?
 - Kraften kendes ikke i detaljer
- Tolegemeproblem. N_2 på hvert legeme
 - Omregn til étlegemeproblem.
 - Løsning til étlegemeproblemet i polære koordinater
- Brug energibevarelse og impulsmomentbevarelse
 - Indfør effektiv potentiel energi
 - Bestem relationer mellem r og t og mellem θ og t .

Keplerbevægelse

Mekanik, kap. 11, s. 11-6 – 11-12

- Specialtilfælde af centralbevægelse.
 - Nu kendes kraften, dvs potentiel energi og effektiv potentiel energi kan bestemmes.
- Vis energidiagram med skitse af den eff. pot. energi.
 - Hvilke værdier af r er mulige for en given E_{total}
- Skitsér udregning af ligning for banebevægelse i polære koord.
 - Omregn til retvinklede koordinater og vis at bevægelse er en ellipse, parabel eller hyperbel. Keplers love.

Bølger: bølgeligningen og stående bølger

kap. 12, s. 12-1 – 12-3 + s. 12-10 – 12-16

- Udledning af bølgeligningen
- Sammensætning af indkommende og reflekteret bølge for streng, indspændt ved væg
 - Knudepunkter og buge
 - Grænsebetingelser for streng indspændt i begge ender
 - Hvad er en egensvingning?

Bølger: transversale bølger i svingende streng og vandrende bølger

kap. 12, s. 12-3 – 12-5 og s. 12-8 – 12-10

Udledning af bølgeligningen for transversale bølger i svingende streng
 Ligning for vandrende bølge
 Fasehastighed
 Dispersionsrelation.

Bølger: skabelse af bølge, refleksion og transmission

kap. 12, s. 12-16 – 12-21 øv.

Arbejde og effekt til at skabe en bølge
 Karakteristisk impedans
 Refleksion og transmission ved grænse
 Grænsebetingelser
 Refleksions- og transmissionskoefficienter.

Koblede svingninger og svævninger: svævninger og to koblede legemer

Noter: *Koblede svingninger og svævninger*, s. 1 – 6

Superposition af to bølger med lidt forskellige frekvenser, svævninger
 To koblede legemer
 Evt løst som egenværdiproblem.

Opstilling af bevægelsesligning(er) v.h.a. Lagranges ligninger for problem A

CK-noter, s. 7 – 14 l.8 f.n. + s. 19 l.4 f.n. – 26 l.7 f.o.

Analytisk Mekanik: Lagranges ligninger for konservative systemer
 Problem A (der stilles en opgave. Du skal opstille bevægelsesligningen(erne)
 ved hjælp af Lagranges ligninger.)

Opstilling af bevægelsesligning(er) v.h.a. Lagranges ligninger for problem B

CK-noter, s. 7 – 14 l.8 f.n. + s. 19 l.4 f.n. – 26 l.7 f.o.

Analytisk Mekanik: Lagranges ligninger for konservative systemer
 Problem B (der stilles en opgave. Du skal opstille bevægelsesligningen(erne)
 ved hjælp af Lagranges ligninger.)

Analytisk Mekanik: små svingninger, problem C

CK-noter s. 19 l.4 f.n. – 26 l.7 f.o. + s. 29 – 33

Problem C (der stilles en opgave, hvor du skal linearisere
 bevægelsesligningen(erne), beregne egenfrekvenser og beskrive egensvingningerne.)

Analytisk Mekanik: små svingninger, problem D

CK-noter s. 19 l.4 f.n. – 26 l.7 f.o. + s. 29 – 33

Problem D (der stilles en opgave, hvor du skal linearisere
 bevægelsesligningen(erne), beregne egenfrekvenser og beskrive egensvingningerne.)

Bernoullis ligning og grundtvandsbølger

kap. 13, s. 13-7 – 13-12 øv. og *Deformérbare Stoffers Mekanik* s. 42 – 44.

Udledning af Bernoullis ligning og anvendelse på grundtvandsbølger.
 Stikord: gnidning, usammenrykkelighed, strømmlinjer, stationær strøm.

Forelæsninger i 10033 i efteråret 2007

F1, Mekanik kapitel 1 og 2 til ca. side 2-7

VELKOMMEN til 10033 Mekanik og fysisk modellering.

Hvem er Gunnar?

Salg af grøn og gul mappe, ialt 100 kr.

Grøn mappe \implies orientering om pensum, opgaver, eksamen + noter

Gul mappe \implies computerøvelser

Regne opgave 244, 1. spørgsmål

Problemløsningskursus, prioritere sin tid, skal læres

Kapitel 2 Kinematik

Hovedopgave i Mekanik

$$\begin{Bmatrix} a \\ \frac{d\omega}{dt} \end{Bmatrix} \iff \begin{Bmatrix} r(t) \\ \theta(t) \end{Bmatrix}$$

Højre pilen, integration, sker enten a) symbolsk eller b) numerisk

Position \sim hastighed \sim acceleration

2 \times TESTs

Eksempel: konstant acceleration

F2, Mekanik kapitel 2 færdigt og 3 til ca. side 3-10

2 \times TESTs

TEST: krydsprodukt

Cirkelbevægelse: hastighed skalært

\underline{v} ønskes som vektor, ω defineres som vektor, $\underline{\omega}$

Vigtig formel (2-19)

Acceleration i cirkelbevægelse

Kapitel 3 Newtons love

Statik \sim Kinematik \sim dynamik

Galilei indførte eksperimenter

Definition på impuls

N1, N2 og N3

Eksempel: Pendulbevægelse, DEMO-2-1 Pendulbevægelse

F3, Mekanik kapitel til ca. side 3-22

Repetition med småopgaver om hastighed og acceleration, og pendulbevægelse. DEMO-3-1 Pendulbevægelse.

Om kræfter, felt- og kontaktkræfter.

Overhead med eksempel, legeme der via en snor er forbundet til henholdsvis kasse, tromle og hest.

Regne på ovennævnte tilfælde med opdeling i delsystemer

Overhead-opgave: hejse flygel op, DEMO-3-2

Gnidningskræfter, tørgnidning. Demoer med statisk gnidning og kinematisk gnidning. DEMO-3-3 og DEMO-3-4.

Hastighedsafhængig gnidning. Ikke vigtigt emne i forbindelse med denne bog, men vigtigt i andre sammenhænge. Lamint, turbulent, Reynolds tal, bileksempel, regndråber i tre eksempler.

F4, Problemløsningsteknik, Note fra grønne mappe

Repetition

DEMO-4-1 Ren rulning, her cykelhjul

Problemløsningsteknik

Whimbey's metode

Prøve i praksis

Opgave 3-7 a)

Konklusion, uddele hvad jeg gerne vil have en hjemmeopgave indeholder

Nåede ikke partikelsystemer

F5, Mekanik kap. 3 færdigt og kap. 4 til 4-8

Repetition af problemløsningsteknik

Bestemmelse af massemidt punkt

Hvilken ydre kraft får en bil til at køre?

Variabel mass \implies raketligningen

DEMO-5-1 Vandrakket

Kapitel 4

Stedafhængig kraft, arbejde, arbejdssætningen

kinetisk og potentiel energi for konservative kræfter

tyngdekraften vist at være konservativ

definerede en centralkraft og polære koordinater, skal gøres færdigt

DEMO-5-2 Trække dug væk under tallerken, ske, kniv, gaffel, glas og lys

F6, Mekanik kap. 4 færdigt - flerpartikelsystemer, Kap. 5 til 5-4

Repetition

Polære koordinater og centralkraft er konservativ

Fjeder Hookes lov, DEMO-6-1

Opgave 3-22, DEMO-6-2

Partikel i glat loop, DEMO-6-3

Kapitel 5 Impulsmomentsætningen

Behov for IMS, DEMO-6-4

Definere impulsmoment og vise IMS

Vektorligning \implies kapitel 8, skalarligning \implies kapitel 7

F7, Mekanik kap. 5 til 5-7

Repetition

Potentiel energi for fjeder og energidiagram for fjeder

Potentiel energi for gravitationskraft

Satellit i omløb om Jorden: bestemme \underline{L}_0 .

Vise arealhastighed er konstant, Keplers 2. lov

TEST 1, Pileleg og impulsmomentet, DEMO 7-1

TEST 2, uddele dobbeltside om udregning af impulsmoment og kraftmoment

\underline{L}_0 for partikelsystem

Aksiale kræfter, DEMO-7-2

IMS for partikelsystem

F8, Mekanik kap. 4 og 5 til 5-15

Repetition

Kapitel 4 afsluttet med E_{kin} for partikelsystem

Kapitel 5 fortsat

Håndvægt, lige, holder konstant impulsmoment i størrelse og retning, DEMO-8-1

Håndvægt, skæv, impulsmomentet skifter retning men ikke numerisk størrelse, DEMO-8-1

2 vigtige formler for \underline{L}_0 og for $\frac{dL_C}{dt}$

Bevarelsessætninger for impuls, impulsmoment og energi

Stød som eksempel resten af kapitlet

Definition på stød

Metode ved stød

Skinne med magneter. Et stød behøver ikke føre til nærkontakt, DEMO-8-2

Luftpudebænk, DEMO-8-3

F9, Mekanik kap. 5 færdigt og kap. 6 til side 6-6

Repetition

Kapitel 5

Fremgangsmåde ved stød med 4 eksempler

DEMO-8-3 færdigt

Restitutionskoefficient, DEMO-9-1

DEMO-9-2 med to superbolde over hinanden

DEMO-9-3 med 5 superbolde over hinanden

Kapitel 6

DEMO-9-4

Translation, elevatorkraft

Effektivt tyngdefelt

Opgave 157 spm. 4, fiktiv kraft

Udregne effektivt tyngdefelt for DEMO-9-4, vogn med sterinlys accelereret ned ad skråplan

F10, Mekanik kap. 6 færdigt og kap. 7 til ca. 7-3.

Repetition

Prytz' faldforsøg, effektivt tyngdefelt, DEMO-10-1

Barn med ballon i bus der accelererer fremad, effektivt tyngdefelt, DEMO-10-2

Udledte store formel

Smølf på drejeskive, DEMO-10-3

Lys på drejeskive, effektivt tyngdefelt, DEMO-10-4

Fødemaskine, OVERHEAD

Vandstråles afbøjning på drejeskive, corioliskraft, DEMO-10-5

Kapitel 7

Definition af stift legeme

6 koordinater til at bestemme legemets rumlige placering, DEMO-10-6

Metode: MMS, IMS og GB

F11, Mekanik kap. 7 til ca. 7-13 + 7-28 – 7-32

Repetition

Plan bevægelse kræver bestemmelse af 3 koordinater

Metode: MMS, IMS og GB

GB = geometrisk betingelse for ren rulning af hjul på vandret underlag

Eksempel: MMS og IMS på underskruet hoola hop-ring, DEMO-11-1

Mangler udtryk for L_z . Udleder $L_z = I_z\omega$

Bestemmer I_z for massiv cirkulær cylinder

Parallel-akse-teorem, DEMO-11-2

TEST 1: 4 opgaver i bestemmelse af inertimoment

DEMO af opgave 7-4 a), DEMO-11-3.

F12, Mekanik kap. 7 færdigt

Repetition inkl. DEMO-12-1

Effekt ved rotation

Ren rulning på plant bord, DEMO-12-2

Med luftmodstand

med rullemodstand

Rulning på skråplan, energibevarelse, DEMO-12-3

Cylinder over dørtrin, DEMO-12-4

F13, Mekanik kap. 8 til ca. 8-7

Repetition

Eksempel med faldende stang med kurv, der griber kugle, DEMO-13-1

Kapitel 8

Almen bevægelse, hvad gør vi nu?

Bestemme impulsmoment, \underline{L}_0

Procedure i 4 trin

Eksempel: Svinghjul, DEMO-13-2

Definition af snurre, DEMO-13-3

Slår med små slag af gummihammer på DEMO-13-3, DEMO-13-4

Udtryk for kinetisk energi

F14, Mekanik kap. 8 færdigt

Repetition

Kardansk ophæng og anbragt på drejebord, DEMO-14-1 Uafbalanceret snurre giver præcession, DEMO-13-3

Eksperimenter på bord, DEMO-14-2, DEMO-14-3, DEMO-14-4

Cykelhjul med som pauseunderholdning, DEMO-14-5

Kuffert med svinghjul som pauseunderholdning, DEMO-14-6

Opgave 8-5, tunge cykelhjul som DEMO-14-7

Tennisketsjereffekt, DEMO-14-8

F15, Mekanik kap. 9 til 9-13

Repetition

Systemer med stabil ligevægt

Små udsving fra ligevægt \implies samme type ligning

Udæmpet harmonisk svingning

Svingende meterstok, DEMO-15-1

Opgave 5 fra gamle mekanikbog, DEMO-15-2

Koordinattransformation, grænsebetingelser, DEMO-15-3

Dæmpede svingninger, DEMO-15-4

Lineær ligning, superpositionsprincip.

F16, Mekanik kap. 9 til 9-13

Repetition

Tvungne svingninger færdigt

Inhomogen 2.ordens differentialligning

Transient + stationær løsning

Amplitude og faseforskydning af stationære løsning, DEMO-16-1, DEMO-16-2

Grønne mappe: Noter i koblede svingninger og svævninger: til side 14-3

Svævninger, svævningsfrekvens, DEMO-16-3.

F17, Noter i koblede svingninger og svævninger færdigt og Mekanik kap. 11 til 11-5

Repetition, DEMO-17-1

Noter i koblede svingninger og svævninger, side 14-3 til 14-6. Koblede svingninger

Egensvingninger, DEMO-17-2, DEMO-17-3

Fuldstændig løsning

Kapitel 11 Centralbevægelse

2-legemeproblem til 1-legemeproblem

Numerisk løsning (computerøvelse) eller symbolsk løsning (bogen)

Symbolsk løsning: to bevægelseskonstanter

Ligninger for bevægelseskonstanter opstilles

F18 Keplerbevægelse, kapitel 11 til s. 11-12

Repetition

Keplerbevægelse

Udregne $E_{pot}(r)$

Afbilde $E_{pot}^{eff}(r)$

Udregne banekurve i polære koordinater

Udregne banekurve i retvinklede koordinater

Keplers love.

Kapitel 12 til s. 12-5 Bølger, DEMO-18-1 Slinky Transversale og longitudinale bølger

Bølgeligningen matematisk, DEMO-18-2 Håndkantslag på lange fjeder.

F19 Bølger, Mekanik, s. 12-1 - 12-12

Repetition

Bølgeligningen fysisk bestemt for svingende streng, bestemme v

Løsningstyper til bølgeligningen

Vandrende harmonisk bølge

Fasehastighed, dispersionsrelation, DEMO-19-1 (bestemme fasehastighed)

Stående bølger DEMO-19-2 (hvad karakteriserer stående bølger)

Vandrende bølger mod væg

Stående bølger laver egensvingninger, DEMO-19-3 Monochord

F20 Bølger, Mekanik, s. 12-13 - 12-21, Analytisk Mekanik, noter, s. 1-10

Repetition

Stående bølger, frekvensudtryk, DEMO-20-1 Lange fjeder

Energitransport gennem streng

Refleksion og transmission ved grænse, DEMO-20-2 lange fjeder på væg og med snor på væg

Analytisk Mekanik, noter, lidt baggrund

Generaliserede koordinater

Tvangsbindinger

Kuglekoordinater

Cylinder koordinater

F21 Analytisk Mekanik, noter, s. 10-20

Repetition

Arbejde og generaliseret kraft

Bruger Lagranges ligninger i et eksempel

Skitserer bevis for Lagranges ligninger

Hvis konservativer kræfter: nåede det ikke

F22 Analytisk Mekanik, noter, s. 20-28

Repetition

Lagrangeligninger for konservative systemer, fremgangsmåde

Eksempel: kugle på skråplan

Eksempel: Centralkraft i to dimensioner

DEMO-22-1, brølende rø som start efter pause

Forslag: løs opgave 131 med analytisk mekanik

Eksempel: cykloide-bane, omvendt cykelventilbevægelse

Eksempel: Dobbeltpendul næsten færdigt, DEMO-22-2(2 snore med 2 lodder)

F23, Noter om Analytisk Mekanik og Mekanik start på kapitel 13

Repetition

Lagrange for konservative systemer, kort omtale af 131 + dobbeltpendul

Egensvingninger, linearisering i små afstande fra ligevægt

Eksempel: dobbeltpendul, DEMO-23-1 dobbeltpendul(kaospendul) og DEMO-22-2

Fluid mekanik, bogen kap. 13. Historisk, DEMO-23-2 opdrift på cylinder formet træstykke

Statisk tilstand, tryk i væske, opdrift

Dynamisk tilstand, laminar og turbulent strømning, hastighedsprofiler, ideal fluid

Kontinuitetsligningen

F24 Kapitel 13 Bernoulli ligning og overfladebølger, noter

Repetition

Problem opstilling med gennemløb af vand og tre stigrør: DEMO-24-1

Hvor er hastigheden størst? Hvor er trykket størst?

Bernoullis ligning, anvendes på strømlinje

Eksempel: hastighed af væske, der løber ud fra hul i flaske, DEMO-24-2

Grundtvands/Kanalbølger, DEMO-24-3

F25 Afslutning

Repetition

Eksempel på kanalbølge (John Scott Russell ved skotsk kanal)

Eksempel dybvandsbølger med vandpartikler i cirkelbevægelse og brug af Bernoullis ligning, DEMO-25-1

Julehistorie i form af sangen "Ung Karen"

På campusnet: mødetider til eksamen

Hvordan gik det 2004 og 2005

Regel om ret til omeksamen et halvt år efter (00 eller ikke mødt)

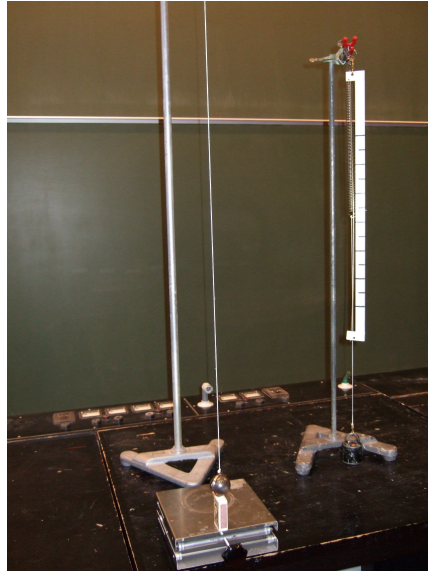
Selve eksamen, 28 min.s forberedelse, skrive på farvet papir

Eksempel:Gunnar trækker opgave 21 og Keplerbevægelse og gennemgår det

Demonstrationer benyttet i 10033

DEMO-2-1 Pendulbevægelse, lod i systråd vælter tændstiksæske.

Mekanik, kap. 3.



DEMO-2-1 Pendulbevægelse, lod i systråd vælter tændstiksæske, t.v.

DEMO-3-1 Pendulbevægelse, lod i accelerometer udslaget varierer med pendulbevægelsen.

Formål: når et lod hænger i ligevægt, er snorkraften lig tyngdekraften. Når loddet udfører pendulbevægelse, vil snorkraften ved passage af ligevægtstillingen både skulle ophæve tyngdekraften og også give den nødvendige centripetalkraft til cirkelbevægelsen. Da snorkraften således er større, bliver snoren strakt mere ud. Det er dette demonstrationen skal illustrere.

Opstilling: tungt lod ophængt i kinesertråd. Den ene ende af tråden vikles mange gange rundt om kloen til et stativ og fastgøres med tape. Tråden er ca. 75 cm lang. Et saksebord bruges til at justere højden, så loddet i ligevægt befinder sig ca. 1 mm over en tændstiksæske, der står på højkant. Når loddet føres ud til siden, ca. 45 grader, vil snoren ved passage af bundstillingen være strukket så meget, at tændstiksæsken vælter.

Udregninger: Snorkraften i bundstillingen er $S = mg + m\frac{v^2}{R}$. Føres loddet ud til siden vil den potentielle energi blive øget med $\Delta E_{pot} = mg(R - R\cos\theta) = E_{kin,bundstilling} = \frac{1}{2}mv^2$, dvs. $m\frac{v^2}{R} = 2mg(1 - \cos\theta)$. Med $\theta = 45$ grader bliver $S = 1,57mg$ og med $\theta = 60$ grader bliver $S = 2mg$. Snoren følger Hookes lov vil den være forlænget, når loddet passerer bundstillingen i fart i forhold til den længde, snoren har i ligevægtsstillingen.

DEMO-3-1 Pendulbevægelse, lod i accelerometer, alternativ til DEMO-2-1.

Mekanik, kap. 3.

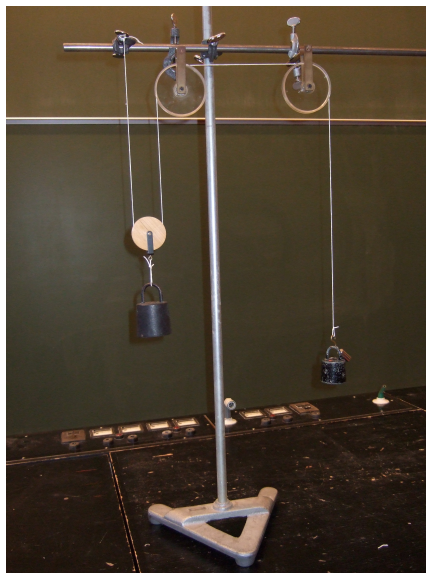
Formål: når et lod hænger i ligevægt, er fjederkraften lig tyngdekraften. Når loddet udfører pendulbevægelse, vil fjederkraften ved passage af ligevægtstillingen både skulle ophæve tyngdekraften og også give den nødvendige centripetalkraft til cirkelbevægelsen, se også DEMO-2-1 også med hensyn til udregninger. Der er en meget tydelig demonstration.

Opstilling: Et 0,5 kg's lod ophængt i accelerometer, hvis anden end hænger på et stativ. Lod og dermed også accelerometer føres ud til siden og slippes.

Udregninger: Se DEMO-2-1.

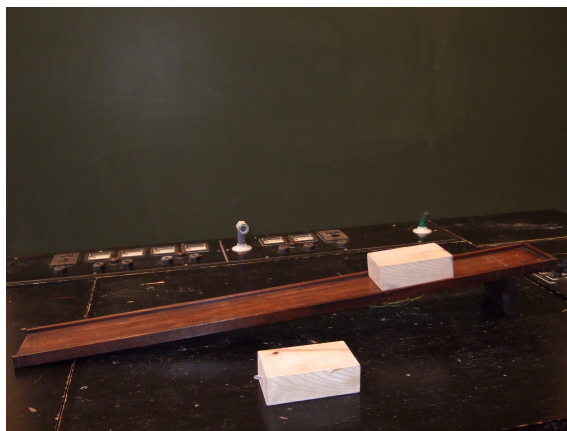
DEMO-3-2 Hejse flygel op efterligning. Mekanik, kap. 3.

Formål: Vise virkning af talje, her kraftfordobling.



DEMO-3-2 Hejse flygel op.

Opstilling: Stativ med to trisser fastgjort + trisse, der flytter sig med det legeme, der skal hæves.



DEMO-3-3 Træklods, der ligger stille på bord og på skråplan.

DEMO-3-3 Træklods, der ligger stille på vandret bord og på et skråplan.
Mekanik, kap. 3.

Formål: Indse, at den statiske gnidningskraft kan indtage alle værdier op til en vis grænse

Opstilling: 1) Træklods på vandret flade. Spørgsmål: a) hvor stor er gnidningskraften, b) hvilken retning har den. 2) træklods på skråplan: samme to spørgsmål.

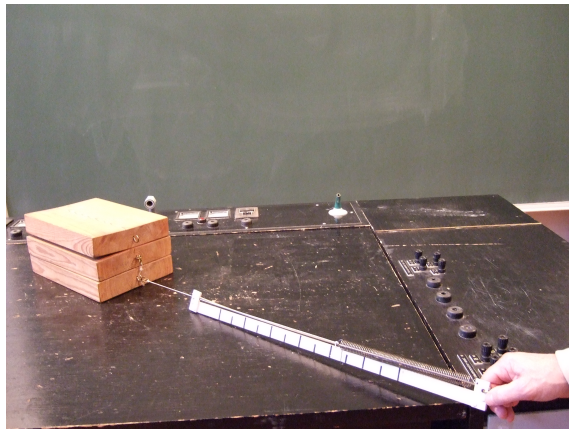
Udregninger: På skråplan: projektion vinkelret på skråplan giver $N = mg \cos \theta$ og projektion langs skråplan giver $F_f = mg \sin \theta \leq \mu_s N = \mu_s mg \cos \theta$ dvs. $\mu_s \geq \tan \theta$. Da μ_s højst kan blive 1 er θ højst 45 grader. Prøve med groft sandpapir på skråplan og se hvad den største vinkel bliver.

DEMO-3-4 Tre træklodser, der ligger på vandret bord oven på hinanden og i forlængelse af hinanden.

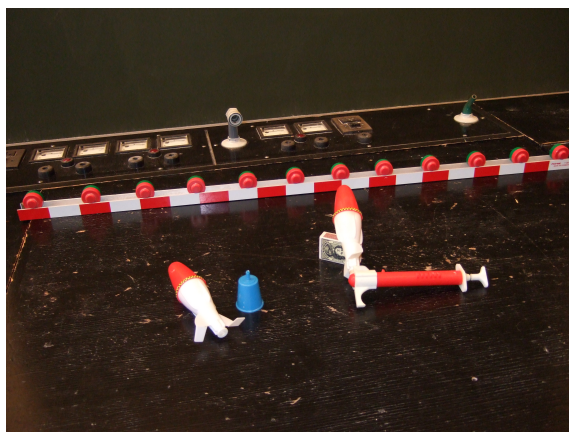
Mekanik, kap. 3.

Formål: Vise at kinematisk gnidning kun afhænger af normalkraften N og ikke af berøringsarealet til underlaget.

DEMO-4-1 Ren rulning illustreret med cykelhjul
Mekanik, kap. 3.



DEMO-3-4 Tre træklokker, der ligger på vandret bord oven på hinanden og i forlængelse af hinanden..



*DEMO-5-1 Vandraket forrest og
DEMO-8-2 Magneter på skinne bagest.*

Formål: Vise at det er den statiske gnidning vi har med at gøre ved ren rulning. F.eks. kan ventilens bevægelse iagttages. Intet billede.

DEMO-5-1 Vandraket

Formål: Demonstrere raketprincippet

Opstilling: Vandraketten fyldes med $\frac{1}{3}$ vand. Der pumpes luft ind, en cykelpumpe kan give ca. 5 atm. Når vandet er mellem dyse og trykluft, vil når dysen frigives, vandet blevet presset bagud og raketten derved få en trykkraft, der driver den frem.

DEMO-5-2 Dug trukket væk under tallerken

Formål: Underholdning, men dog om tør gnidning.

Opstilling: se figur

Udregninger: accelerationen af tallerken ved kinematisk friktion er μg , dvs. flytningen af tallerkenen under dens acceleration er $\frac{1}{2}\mu g t_1^2$, hvor t_1 er tiden, det tager at hive dugen væk. Derpå nedbremses tallerkenen pga. friktion med bordet. Antager at strækningen bliver tilsvarende, dvs. ialt $\mu g t_1^2$.

DEMO-6-1 Vise Hookes lov med accelerometer og et 0.5 kg og 1 kg's lod

Formål: Vise, at fjederkraften er kx , (Hookes lov), hvor k er en konstant, og x er ændringen i fjederens længde.



DEMO-5-2 Dug trukket væk under tallerken.



DEMO-6-1 Vise Hookes lov med accelerometer og et 0.5 kg og 1 kg's lod.

DEMO-6-2 Illustrere opgave 3-22 med lige og nedadbøjet bane og kapløb mellem to kugler

Formål: Bl.a. vise, at energibetragtninger ikke involverer tider.

Udregninger: kuglen, der tager den nedre bane bliver på første halvdel af vejen påvirket af en normalkraft, der giver en komponent i vandret retning. Dette øger partiklens v_x -komponent (vandrette hastighedskomponent). På sidste halvdel af banen svækker normalkraften v_x , men ikke mere end, at de to kugler har samme v_x , når banen slutter. Kuglen i den nedre bane har derved større v_x -komponent end kuglen i den lige bane undtagen i start og slutpunkt, hvor v_x -komponenterne er ens. Derfor kommer kuglen i den nedre bane først.

Hvor dyb kan "brønden" være? Banen skal være oven for kasteparablen, så normalkraften eksisterer.

DEMO-6-3 Partikel i glat loop

Formål: illustrere eksempel 4.7 i bogen *Mekanik*, bl.a. at startpunktet for kuglen skal være væsentligt højere oppe end loopens toppunkt, så kuglen har en hastighed, når den passerer loopens toppunkt, så den gennemløber loopet.

DEMO-6-4 Demonstrere behov for mere end MMS ved et legemes bevægelse,



DEMO-6-2 Kapløb for 2 kugler.



DEMO-6-3 Partikel i glat loop.

her kaste en svamp

Formål: Ud over, at massemidtpunktets bane er en kasteparabel, vil svampen rotere. Der er udover massemidtpunktssætningen, MMS, behov for impulsmomentsætningen, IMS, for at beregne rotationen. Bruges som motivation for at tale om impulsmoment og impulsmomentsætningen.

DEMO-7-1 Vise fjeder, der både kan sammentrykkes og udvides

Formål: Vise, x i Hookes lov, $F = -kx$ kan være negativ.

DEMO-7-2 6 pile udleveres til 6 studerende.

Formål: 6 studerende skal lære at bestemme retningen af impulsmomentet.

De skal så med sig selv som referencepunkt vise retningen af impulsmomentet, når jeg bevæger mig rundt:

- 1) først står de i samlet klump og jeg går rundt om klumpen
- 2) de står på to rækker over for hinanden og jeg går ned imellem dem
- 3) de står i rundkreds og jeg kaster et kridt opad fra midten af rundkredsen

DEMO-7-3 $I\omega$ -maskine.

Formål: vise, at impulsmomentet er bevaret ved aksiale kræfter. Ved at halvere radius, øges vinkelhastigheden 4 gange

DEMO-8-1 Lige og skæv håndvægt

Formål:



DEMO-7-1 *Vise fjeder, der både kan sammentrykkes og udvides, th.*
DEMO-7-2 *6 pile udleveres til 6 studerende*



DEMO-7-3 *$I\omega$ -maskine.*

- 1) *Med lige håndvægt, dvs. forbindelsen mellem legemerne er vandret. Beregne, at bevægelsen ikke kræver ydre kraftmoment, og demonstrere at bevægelsen er mulig.*
- 2) *Med skæv håndvægt som på figuren. Beregne, at bevægelsen kræver et ydre kraftmoment, der her kommer fra nylon snoren. Bevægelse med skrå akse er da mulig. Brænder man nylon snoren over under bevægelsen, vil denne straks skifte til en anden type bevægelse.*

DEMO-8-2 Magneter, der kan rulle på en skinne

Formål: *Vise, at stød ikke behøver at være en fysisk berøring*
Se figur til DEMO-5-1.

DEMO-8-3 Luftpudebænk

Formål:

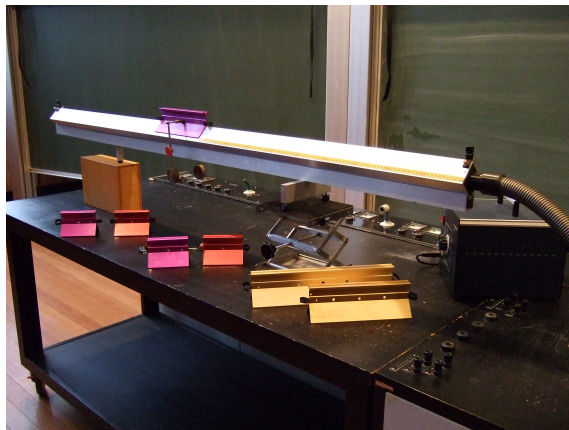
- 1) *En enkelt rytter, vise inertiens lov. Rytteren glider meget længe.*
- 2) *Lille rytter + dobbelt så stor rytter i elastisk sammenstød. Opskrive formler for hastigheder efter stødet ved elastisk stød. Spørgsmål: hvilken rytter kan lettest bremse en lille rytter. En tilsvarende, en dobbelt eller en tredobbelt rytter?*
- 3) *Fuldstændig uelastisk stød mellem 2 ens ryttere, den ene står stille. Hastighed af den anden halveres.*
- 4) *Vrikkende rytter: iagttagelse, at masse midtpunktet bevæger sig med konstant hastighed.*

Udregninger: *Elastisk stød hvor $v_2 = 0$: $u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$ og $u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$.*

DEMO-9-1 Stålkugle mod hærdet stål, måle restitutionskoefficient



DEMO-8-1 Lige og skæv håndvægt.



DEMO-8-3 Luftpudebænk, forskellige stød vises.

Udregninger: Kuglen starter i højden H , f.eks. 1 m. Efter stødet når den op i højden h . Newtons udtryk for restitutionskoefficienten, e , bruges: $u_1 - u_2 = -e(v_1 - v_2)$. Da den hærdede stålplade står stille, er $v_2 = u_2 = 0$. $v_1 = \sqrt{2gH}$ og $u_1 = \sqrt{2mh}$, dvs. $e = \sqrt{\frac{h}{H}}$.

DEMO-9-2 To superbolde oven på hinanden

Formål: illustrere det overraskende resultat af opgave 5-3 a) i bogen *Mekanik*, hvor en lille bold med massen m anbringes oven på en stor bold med massen M og slippes et stykke over et bord.

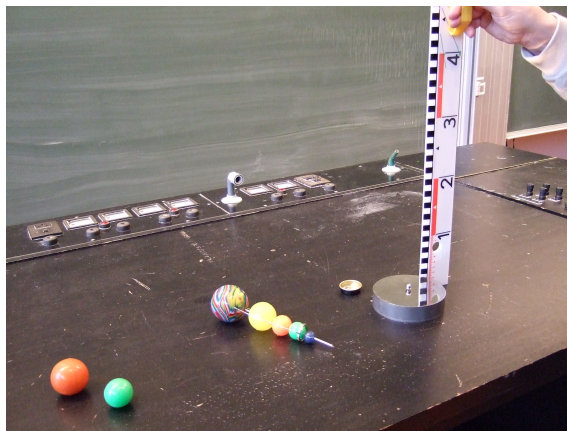
Udregninger: den store bold vender først og får farten v opad i forhold til bordet. Den lille bold har farten v nedad i forhold til bordet og farten $2v$ nedad i forhold til den store bold. Efter stødet mellem boldene har den lille bold derfor hastigheden $2m$ opad i forhold til den store bold og dermed farten $3v$ opad i forhold til bordet, altså 3 gange så stor fart, som hvis den alene havde ramt bordet. Se figur til DEMO-9-1.

DEMO-9-3 Fem superbolde oven på hinanden

Formål: se DEMO-9-2. Her er virkningen yderligere forstærket.

DEMO-9-4 Gauss-kanon **Formål:** vise et stød, hvor impulsbevarelse synes ikke at være overholdt

Beskrivelse: tal med Robert Jensen om opstillingen. På den ene side af en meget kraftig lille permanent magnet (1cm lang) anbringes 2 ens stålkugler med ca. samme diameter som magneten. Fra den anden side trilles langsomt en tredje tilsvarende stålkugle mod magneten. Ved stødet vil den yderste kugle frigøres og få en kinetisk energi, der langt overgår den indkomne kugles kinetiske energi. Årsagen er, at der sker et fald i potentiel



*DEMO-9-1 Stålkugle mod hærdet stål, th.
 DEMO-9-2 To superbolde oven på hinanden, tv.
 DEMO-9-3 Fem superbolde oven på hinanden, i midten*

energi på grund af omplacering af kuglerne i det magnetiske felt. Man kan evt. lave en tandem gauss-kanon, så den udgående kugle rammer en anden magnet med to tilknyttede kugler. Undersøg om impulsen er bevaret!

DEMO-9-5 Vogn med stearinlys accelereret ned ad skråplan

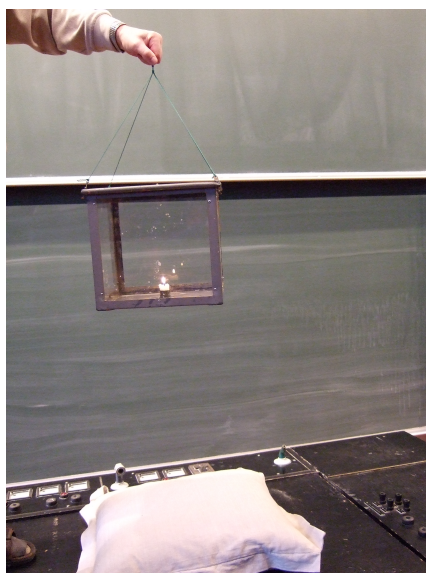
Formål: vise retning af effektivt tyngdefelt.

Udregninger: flammen på stearinlyset stiller sig modsat effektive tyngdefelt. I vognens koordinat-system, som vi bedømmer flammen i forhold til, er det effektive tyngdefelt $\underline{g}_{eff} = \underline{g} - \underline{a}_0$, hvor \underline{a}_0 er vognens acceleration, dvs. \underline{a}_0 er tyngdekraftens komponent langs skråplanet. Derved bliver $\underline{g}_{eff} = \underline{g}_\perp$, hvor \underline{g}_\perp er tyngdens acceleration vinkelret på skråplanet. Flammen står således vinkelret på skråplanet.

DEMO-10-1 Prytz' faldforsøg

Formål: vise, at stearinlyset slukker, fordi $\underline{g}_{eff} = 0$, der kommer ikke O_2 til flammen.

Udregninger: Kassen er i frit fald, dvs. kassens acceleration, $\underline{a}_0 = \underline{g}$. I kassens system er $\underline{g}_{eff} = \underline{g} - \underline{a}_0 = 0$.



DEMO-10-1 Prytz' faldforsøg.

DEMO-10-2 “Barn med He-ballon”

Formål: bruge effektive tyngdefelt

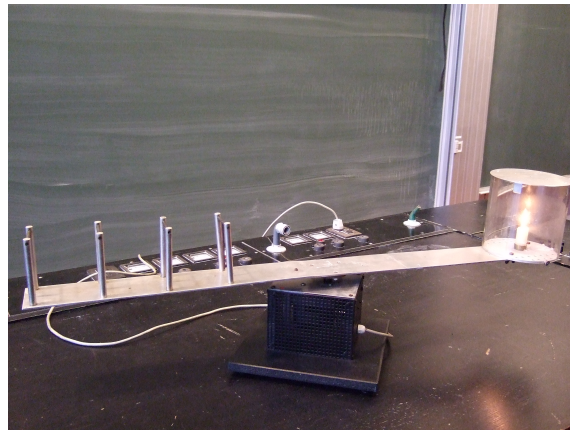
Udregninger: barn står med He-ballon i bus. Denne starter, og medens den accelererer med konstant acceleration, spørges om i hvilken retning ballonen vil stå. Det effektive tyngdefelt vil være skråt ned bagud, dvs. ballonen står i fremadgående retning. Har prøvet at illustrere det med et akvarium på et rullebord, der accelereres. En korkprop er med en snor fastgjort til en tung møtrik, der ligger på bunden. Korkproppen rager ikke helt op til vandoverfladen. Det er svært at give rullebordet en konstant acceleration.

DEMO-10-3 Smølf på drejeskive

Formål: bestemme kræfter på legeme, her er brugt to smølfer, der ligger stille på roterende drejeskive

Udregninger: i drejeskivens system er accelerationen, \underline{a}' , lig 0, dvs. centrifugalkraften, \underline{F}_{cf} ophæves af den statiske friktionskraft. Da \underline{F}_{cf} er proportional med \underline{r}' , vil den smølf, der har størst \underline{r}' først begynde at skride, når $\underline{\omega}$ øges.

DEMO-10-4 Lys på drejebord



DEMO-10-4 Lys på drejebord.

Formål: vise retning af effektivt tyngdefelt dels med flamme dels med fire stænger ophængt i drejelige lejer

Udregninger: drejebordet roterer med konstant vinkelfrekvens, $\underline{g}_{eff} = \underline{g} - \underline{\omega} \times (\underline{\omega} \times \underline{r}')$. “Opad”, dvs. retningen modsat \underline{g}_{eff} vil da være skråt indad. I denne retning vil flammen stå.

DEMO-10-5 Vandstråle på drejeskive

Formål: vise retning af Corioliskraften

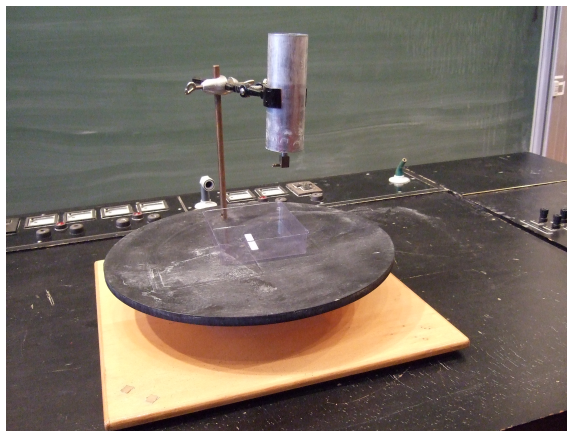
Udregninger: $\underline{F}_{co} = -2m\underline{\omega} \times \underline{v}'$, hvor \underline{v}' er hastigheden af vandstrålen i forhold til referencesystemet som følger drejeskiven. Uanset retningen af vandstrålen, vil den dreje mod højre, hvis drejeskiven drejer mod uret.

DEMO-10-6 Papæske + svejsetråd til illustration af nødvendige antal koordinater til bestemmelse af legemets rumlige placering

Formål: indse, at 6 koordinater er nok til bestemmelse af et stift legemes rumlige placering.

Udregninger: massemidtpunktet, C kræver 3 koordinater. En akse, svejsetråd, gennem massemidtpunktet og et af papkassens hjørnepunkter kan fastlægges med 2 koordinater, f.eks. to vinkler og endelig vil en drejning om denne akse kræve 1 koordinat, en vinkel.

DEMO-11-1 Underskruet hoola hop ring



DEMO-10-5 Vandstråle på drejeskive.

Formål: Bestemme bevægelsen ved udregning og illustrere med hoola hop ring. Bevægelsen bliver en rulning med glidning (kan høres!) indtil tiden $t = t_R$, hvorpå det bliver en ren rulning i retning modsat startretningen.

Udregninger: Positiv retning i den retning ringen startes, $v(t = 0) = v_0$. Positiv retning for rotation vælges som om den rullede videre i startretningen af hastigheden, pga. underskrumning er $\omega(t = 0) = -\omega_0$.

MMS giver $ma_C = -\mu_k mg$ og IMS giver $I_C \frac{d\omega}{dt} = R\mu mg$.

Ved integration fås $v_C(t) = v_0 - \mu gt$ og $\omega(t) = -\omega_0 + \frac{\mu_k g}{R} t$. Bruges rulningsbetingelsen $R\omega = v_C$ udregnes følgende: ren rulning fås for $t_R = \frac{v_0 + R\omega_0}{2\mu_k g}$. Efter ren rulning indtræffer vil gnidningskraften blive statisk og ganske lille, da ringen fortsætter næsten uden hastighedsændring.

DEMO-11-2 Normalkræfter på vandret stang, der er understøttet to steder

Formål: at vise at MMS og IMS også bruges i statiske tilfælde

Udregninger: bruges kraftligevægt og kraftmomentligevægt kan let opstilles ligninger til bestemmelse af normalkræfterne, N_1 og N_2 , f.eks. MMS giver $N_1 + N_2 = mg$ og IMS mht. massemidt punkt, C , giver $\ell_1 N_1 = \ell_2 N_2$, hvor ℓ_1 og ℓ_2 er afstandene fra C til kræfternes angrebspunkt. Stangen regnes smal.

DEMO-11-3 Vise Yoyo falder lodret, illustrere opgave 7-4 a)

Formål: vise at C falder lodret, fordi der kun er lodrette kræfter, mg og snorkraft S .

DEMO-12-1 Ren rulning på vandret bord

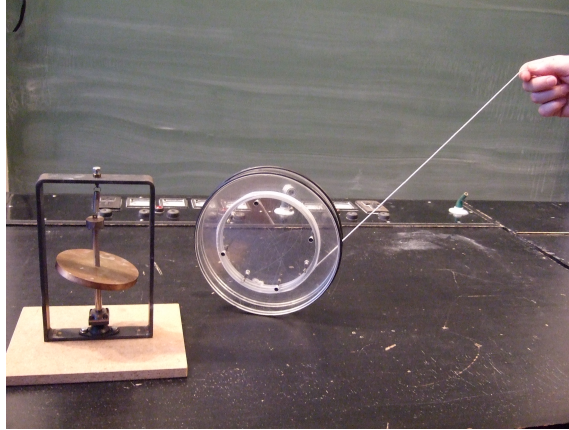
Formål: diskutere størrelsen af den statiske gnidningskraft, $F_{f,s}$, uden og med luftmodstand og rullemodstand

Udregninger: Bruges MMS $ma_C = -F_{f,s}$, IMS $I_C \frac{d\omega}{dt} = RF_{f,s}$ og ren rulningsbetingelsen $a_C = R \frac{d\omega}{dt}$ er eneste løsning at $F_{f,s} = 0$. Rullemodstand skal give både kraft og kraftmoment, der svækker henholdsvis acceleration og vinkelacceleration.

DEMO-12-2 Yoyo, hvilken vej ruller den?

Formål: Drilleri, yoyo kan rulle begge veje.

Udregninger: Det afhænger af den retning snoren bliver trukket i. Når der trækkes i snoren fremprovokeres en gnidningskraft, der giver et modsat rettet kraftmoment. Om dette kraftmoment er større end kraftmomentet, der skyldes snorkraften afhænger af snorretningen. Kraftmomentet bliver samlet nul, når snorens forlængelse rammer røringpunktet. Er vinklen mellem vandret og snorretningen mindre end dette, vil yoyo'en bliver trukket til, er vinklen større vil yoyo'en rulle modsat.



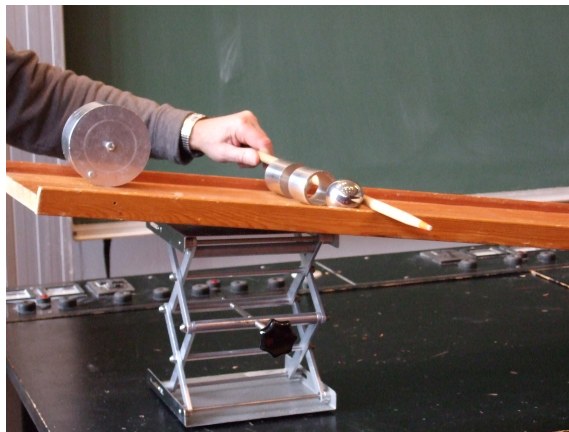
DEMO-12-2 Yoyo, hvilken vej ruller den?
DEMO-13-2 Skævt svinghjul.

DEMO-12-3 Kapløb på skråplan

Formål: Underholdning og indsigt. Kapløb mellem cylinder, kugle og cylinderring med samme radius, R .

Udregninger: Energibevarelse: $-\Delta E_{pot} = \Delta E_{kin} = \frac{1}{2}mv_C^2 + \frac{1}{2}I_C\omega^2 = \frac{1}{2}mv_C^2 + \frac{1}{2}\frac{I_C}{R^2}$. Hvis $\frac{I_C}{R^2}$ er størst, er v_C mindst. For Cylinderring, massiv cylinder og kugle bliver $\frac{I_C}{R^2}$ henholdsvis 1, $\frac{1}{2}$ og $\frac{2}{5}$, dvs. kuglen kommer først.

Ekstra underholdning: hvad kommer først, lille eller stor massiv cylinder? Den store cylinder er snyd, den kan bringes til at rulle opad i starten pga. ujævn massefordeling.



DEMO-12-3 Kapløb på skråplan.

DEMO-12-4 Cylinder over dørtrin

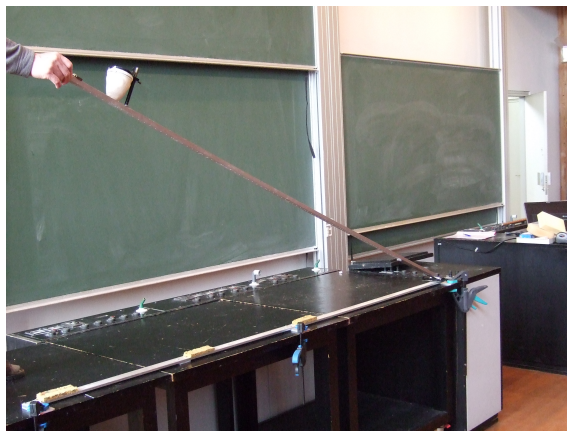
Formål: Bruge formelen (7-12) $I_{0,z} = I_{C,z} + (\underline{r}_C \times \underline{P})_z$, til bestemmelse af inertimoment om O , når man kender I_C . Udregningerne står i eksempel 7.11 i *Mekanik*.

DEMO-13-1 Faldende stang med kurv, der griber kugle

Formål: underholdning, samt brug af IMS.

Udregninger: stangen danner vinklen θ med vandret. Den kan dreje om det ene endepunktet, O . Selv om der sidder en kurv på stangen, regner vi som om, den var homogen. Der ligger en kugle oven på stangen i den anden frie ende, A , og udregningerne vil vise, at for $\theta < \theta_0 = 35^\circ,3$ vil endepunktet A have en lodret acceleration, der er større end tyngdeaccelerationen, g . Når stangen slippes i hvile i vinklen θ gælder

IMS mht. O $\frac{1}{3}\ell^2 \frac{d\omega}{dt} = \frac{\ell}{2}mg \sin(\theta + \frac{\pi}{2}) = \frac{\ell}{2}mg \cos(\theta)$. Endepunktets tangentielle acceleration er $a_T =$



DEMO-13-1 Faldende stang med kurv, der griber kugle.

$\ell \frac{d\omega}{dt}$ og normalaccelerationen er nul. (Når stangen bevæger sig vil normalaccelerationen forstærke den lodrette acceleration af A .) Den lodrette acceleration ved starten er derfor $a_{\text{lodret}} = a_T \cdot \cos \theta = \frac{3}{2} \cos^2 \theta$. $a_{\text{lodret}} > g$ for $\cos^2 \theta \geq \frac{2}{3}$ eller $\theta < 35^\circ$, 3.

DEMO-13-2 Skævt svinghjul

Formål: demonstrere, at det kræver et ydre kraftmoment for at få et skævt svinghjul til at rotere.

Udregninger: se eksempel 8.1

DEMO-13-3 Snurre, her cykelhjulopstilling

Formål: vise a) afbalanceret snurre, b) uafbalanceret snurre

Udregninger: 1) opstillingen skal være i ligevægt, når cykelhjulet ikke roterer. Snurren består af cykelhjul + stang og kontravægt, men kun cykelhjulet roterer. Når der er balance, vil cykelhjulet rotere og opstillingen iøvrigt stå stille.

b1) uafbalanceret, idet man med gummihammer oppefra slår f.eks. på kontravægten. Derved udsættes snurren kortvarigt for et vandret kraftmoment mht. massemidtpunktet C , dvs. af IMS $\frac{\Delta \underline{L}_C}{\Delta t} = \underline{\tau}_C$ fås, at $\Delta \underline{L}_C = \underline{\tau}$ vil være vandret. Derfor vil opstillingen flytte sig lidt om en lodret akse for hvert slag af hammeren.

b2) lægges en ekstra masse f.eks. på kontravægten, vil der permanent være et vandret kraftmoment, der virker på snurren. Denne vil derfor rotere om en lodret akse. Bevægelsen kaldes præcession.

DEMO-14-1 Kardansk ophæng af snurre anbragt på drejeskive

Formål: vise en opstilling, der er beskyttet mod ydre påvirkninger, så snurreaksen bliver ved med at pege i samme retning.

DEMO-14-2 Snurre, der kan afbalanceres

Formål: vise a) afbalanceret snurre, b) uafbalanceret snurre. Opstillingen er en bordmodel af DEMO-13-3.

DEMO-14-3 Snurre, der er helt uafbalanceret, går kun til den ene side

Formål: denne snurre vil præcessere, da der er et vandret kraftmoment på den. Omløbsretningen afhænger i hvilken ende snurren bliver sat på den spidse holder.

DEMO-14-4 Æblet, der kan bruges som håndledstræner

Formål: underholdning, når snurren har fået monteret metalskallerne og ligner et æble, kan man få det til at præcessere i holder. Det ser overnaturligt ud. Endvidere er det sjovt at holde i hånden og prøve at dreje hånden. En tilsvarende anordning sælges i handlen eller på nettet som *Gyrotwister*,

som træningsapparat for tennisspillere, mod museskader. Kan træne håndled, underarm og overarm.

DEMO-14-5 Diverse cykelhjul på stænger, heriblandt dobbelt hjul, der kan sættes i samme eller modsat rotation

Formål: pauseunderholdning, hvor de studerende selv prøver diverse cykelhjul af. Der kan nævnes:

- 1) almindeligt cykelhjul på stang, hvor man prøver at ændre aksens retning i rummet
- 2) to cykelhjul på samme akse. Prøve at dreje systemet, dels når hjulene snurrer i samme retning, og dels når de snurrer modsat hinanden.
- 3) der er snor i nogle af akserne. Sætte hjulet i rotation og holde i snoren, så akse er nær vandret

DEMO-14-6 Kuffert med svinghjul til trykluft

Formål: pauseunderholdning, hvor de studerende selv prøver at gå og navnlig dreje med kufferten. Illustrere, at det er svært at forudse reaktionen på en påvirkning ved snurrer

Udregninger: der ligger i kufferten et lille cykelhjul, der sættes i gang med trykluft. Der sidder en studs på kufferten. Når tryklufften sendes ind, vil den ramme hjulets dæk og få hjulet i efterhånden en hurtig rotation. Prøve at dreje både mod højre og mod venstre.

DEMO-14-7 Tunge cykelhjul på stang

Formål: illustrere opgave 8-5 i *Mekanik* og vise, at det er svært at forudse reaktionen på en påvirkning ved snurrer

Udregninger: Der bruges, hvis det er en mandlig studerende det tunge cykelhjul med blyomkreds, og et almindeligt cykelhjul på stang, hvis det er en kvinde, der skal holde hjulet. Hjulet gives en rotation, så vinkelhastigheden peger væk fra personen, der holder hjulet. Denne skal derpå dreje stang og hjul mod højre, så stangen forbliver vandret. Personen prøver at gøre det ved at presse med tommelfinger og modsat med lillefinger. Derved påvirkes med et kraftmoment, τ_0 , der peger lodret ned. Derved vil af IMS $\frac{dL_0}{dt} = \tau_0$ eller $\Delta L_0 = \tau_0 dt$, dvs. ΔL_0 ændrer sig, så akse kommer til at pege mod gulvet i stedet for at forblive vandret. En tydelig demonstration.

DEMO-14-8 Badmintonketsjer til at vise "tennisketsjereffekt"

Formål: underholdning, men også antyde mere avancerede beregninger. Et symmetrisk legeme bruges ved demo, f.eks. en badmintonketsjer, en kasse, en bog mm.

Udregninger: impulsmomentet af legemet er $L_0 = I_1\omega_1 e_1 + I_2\omega_2 e_2 + I_3\omega_3 e_3$. Objektet får en rotation om en hovedakse, og kastes op i luften. Det er svært at undgå, at legemet også har en beskeden rotation om de to andre hovedakser, og det skal regnes på om disse rotationer vokser sig store eller undertrykkes.

I luften er $\tau_0 = 0$, dvs. $\frac{dL_0}{dt} = 0$. Differentieres udtrykket for L_0 og sættes lig nul fås

$I_1 \frac{d\omega_1}{dt} e_1 + I_1 \omega_1 \frac{de_1}{dt} + 4$ analoge led = 0. Da $\frac{de_1}{dt} = \omega_3 \cdot e_2 - \omega_2 \cdot e_3$ og vi har to analoge led fås ved at en ligning af formen $(\dots)e_1 + (\dots)e_2 e_3 = 0$, dvs. de tre parenteser skal være nul hver for sig. Det giver de såkaldte Eulerligninger:

$$I_1 \frac{d\omega_1}{dt} + (I_3 - I_2)\omega_2\omega_3 = 0 \quad (\text{a})$$

$$I_2 \frac{d\omega_2}{dt} + (I_1 - I_3)\omega_1\omega_3 = 0 \quad (\text{b})$$

$$I_3 \frac{d\omega_3}{dt} + (I_2 - I_1)\omega_1\omega_2 = 0 \quad (\text{c})$$

Start: ω_1, ω_2 , minimal og ω_3 , minimal. Hvad sker med ω_2 og ω_3 , vokser de?

Vi holder ω_1 konstant og ser på ligningerne (b) og (c). Differentierer ligning (b) og indsætter fra (c). Det giver:

$$\frac{d^2\omega_2}{dt^2} = \left(\frac{(I_1 - I_3)(I_2 - I_1)}{I_2 I_3} \right) \omega_2$$

Hvis udtrykket i parenteser er større end nul vokser ω_2 eksponentielt og bevægelsen bliver ustabil, dvs. for $I_2 < I_1 < I_3$ eller $I_3 < I_1 < I_2$. Derimod er bevægelsen stabil, hvis I_1 er enten den største

eller den mindste af de tre inertimomenter.

DEMO-15-1 Svingende meterstok

DEMO-15-2 Cykelhjul med punktformig masse



DEMO-15-2 Cykelhjul med punktformig masse.

DEMO-15-3 Lodret ophængt fjeder med lod

DEMO-15-4 Lodret ophængt fjeder med lod i glas med vand som dæmpning

DEMO-16-1 Tacoma-broen

DEMO-16-2 Stavpenduler

DEMO-16-3 To stemmegafler, hvoraf den ene kan justeres til en lidt lavere frekvens

DEMO-17-1 Wilberforce's pendul

DEMO-17-2 Luftpudeskinne med 2 ryttere og 3 fjedre



DEMO-17-2 Luftpudeskinne med 2 ryttere og 3 fjedre.

DEMO-17-3 Dobbelpendul med snore, svævninger og egenfrekvenser

DEMO-18-1 Slinky Transversale og longitudinale bølge

DEMO-18-2 Håndkantslag på lange fjeder

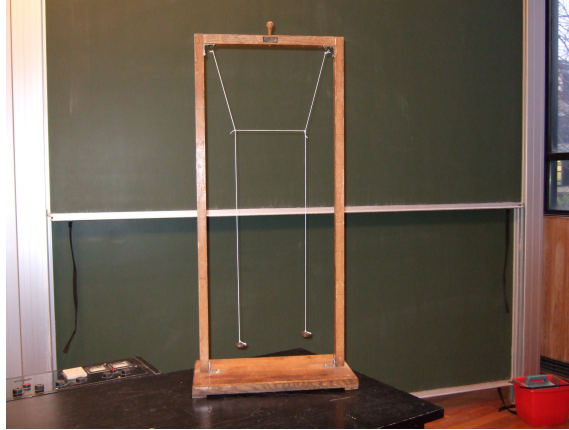
DEMO-19-1 (bestemme fasehastighed)

DEMO-19-2 Lange fjeder, hvad karakteriserer en stående bølge

DEMO-19-3 Monochord

DEMO-22-1 Brølende rør

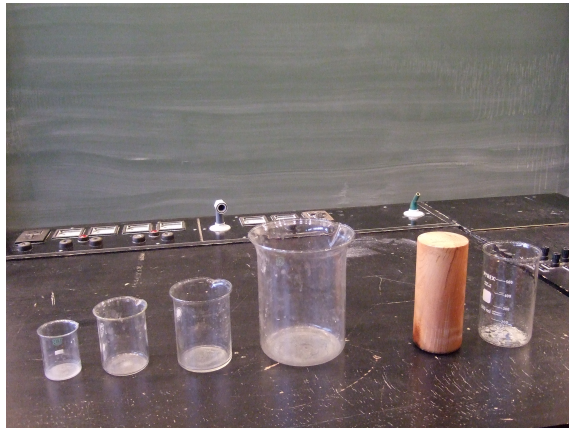
DEMO-22-2 Dobbelt pendul med to lodder i to snore



DEMO-22-2 Dobbelt pendul med to lodder i to snore.

DEMO-23-1 Kaos dobbeltpendul til at vise løsning af dobbeltpendul for store udsving

DEMO-23-2 Opdrift: cirkulærcylindrisk træstykke i bægerglas, der er en anelse større



DEMO-23-2 Opdrift: cirkulærcylindrisk træstykke i bægerglas, hvor meget vand kræves?.

DEMO-24-1 Opstilling med tre stigrør

DEMO-24-2 Torricellis udtryk, vandudstrømning gennem hul i flaske

DEMO-24-3 Kanalbølger i 1 m lang smalt kar

DEMO-25-1 Dybvandsbølger: vandpartikler går i cirkelbevægelse



DEMO-25-1 Bølgemaskine.