

10033 MEKANIK OG FYSISK MODELLERING

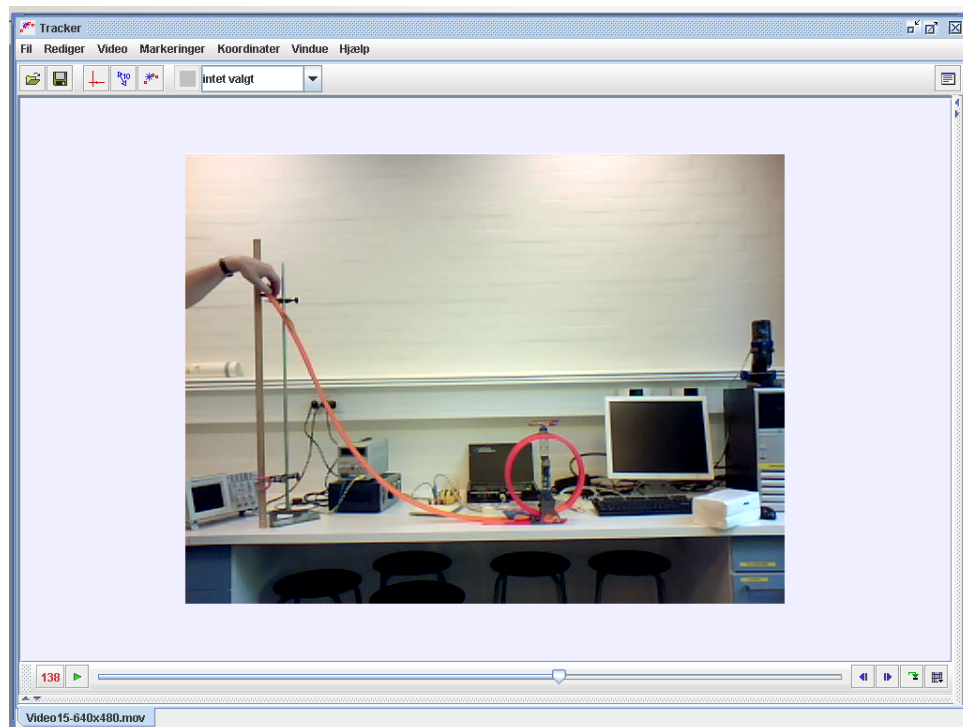
EFTERÅR 2008

LABORATORIEØVELSE

RACERLØB. BIL MED BAKKE OG LOOP

Placering: Bygning 307 stuen V, Nanoteket

Relevant tekst i University Physics: Kapitel 3, 4, 5.



Formål

Formålet er at opnå fortrolighed med modellering af forskellige typer af kræfter, der gør det muligt at opstille og vurdere en sammenligning mellem en iagttaget og en simuleret bevægelse i 2 dimensioner.

Udstyr: Trillebane med bil, webcam, Tracker (freeware) og Maple. Bagskærm og baneskabeloner.

Ide: Opstil på grundlag af Newtons love en model i Maple, der simulerer bevægelsen ved numerisk integration. Banen defineres ved $y = u(x)$ og influerer på bevægelsen gennem normalkraften, der er vinkelret på grafens tangentvektor (se skitse). Der indbygges også friktion fra lejer og fra luftmodstand i modellen. Der ses bort fra rekyl i banen.

Udførelse: Video optages med webcam og analyseres i Tracker. Målepunkterne fittes (bakke = cirkeludsnit eller passende polynomium og loop = cirkeludsnit). Fittekurverne definerer banen i simuleringen.

3 udfordringer (Vælg selv, I kan ikke nå dem alle)

1. Hvor langt flyver bilen?

Her triller bilen ned ad en opadhul kvartcirkel (skabelon) og forlader banen vandret ud i luften et stykke over bordet.

2. Hvor slipper bilen banen?

Her triller bilen ned ad en nedadhul kvartcirkel (skabelon) og forlader banen et eller andet sted på cirkelperiferien før denne er blevet lodret.

3. Hvordan går det i loopet?

Her simuleres en frit bevægelig bane med loop. Det første stykke af banen fittes med et polynomium. Hvor god bliver simuleringen? Loopet fittes med stumper af cirkeludsnit. Hvor god bliver simuleringen?

Usikkerhed og fejl

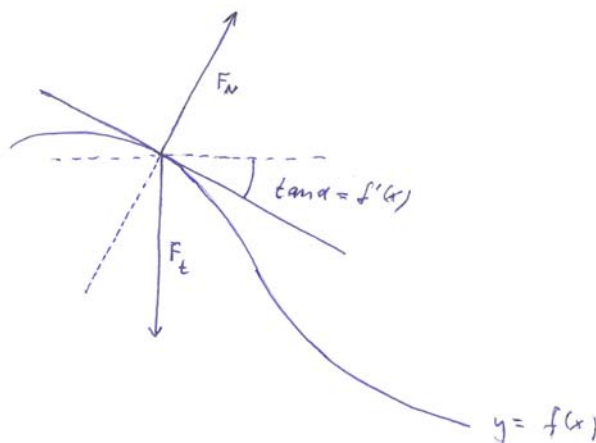
Sæt tal på, hvor nøjagtige jeres målinger er (relative usikkerheder). Sæt ord på, hvilke fejl I begår I jeres simuleringer, og om disse fejl kan forklare afvigelser mellem de målte banekurver og de simulerede.

Journal

Under øvelsen føres journal, dvs. et dokument, hvor I løbende lægger skærbilleder (screen shots) og lignende ind med korte kommentarer. Journalen uploades til jeres egen gruppe på campusnet ved øvelsens afslutning.

Teori

For at definere banen i simuleringen skal I bruge den faktisk målte baneurve. Der indlægges et xy-koordinatsystem med x vandret og y lodret. Banen defineres så ved at fastlægge normalkraften. Normalkraften kan findes ud fra en kraftanalyse og opdeles i komponenter ved hjælp af banetangenten, jævnfør figur 1.



Figur 1. Normalkraften er vinkelret på banetangenten (tværvektor). Normalkraftens længde fastlægges ved en kraftanalyse, idet accelerationen lokalt tilnærmes med en cirkelbevægelse, der følger banens krumning.

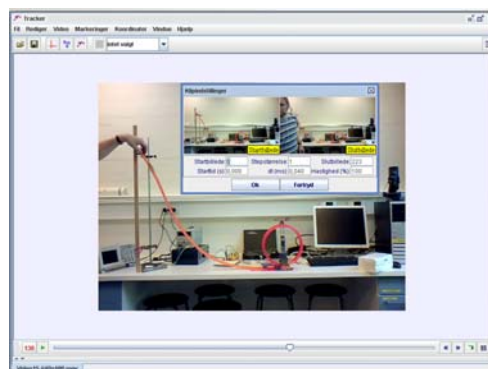
Databehandling.

Måledata fra Tracker føres over i et regneark (Excel hhv OpenCalc), hvor de kan sammenlignes med resultater fra simuleringen i Maple. Maplesimuleringen bygger på en kendt baneurve $y = f(x)$, som fås ved at fitte de målte koordinater med et passende funktionsudtryk.

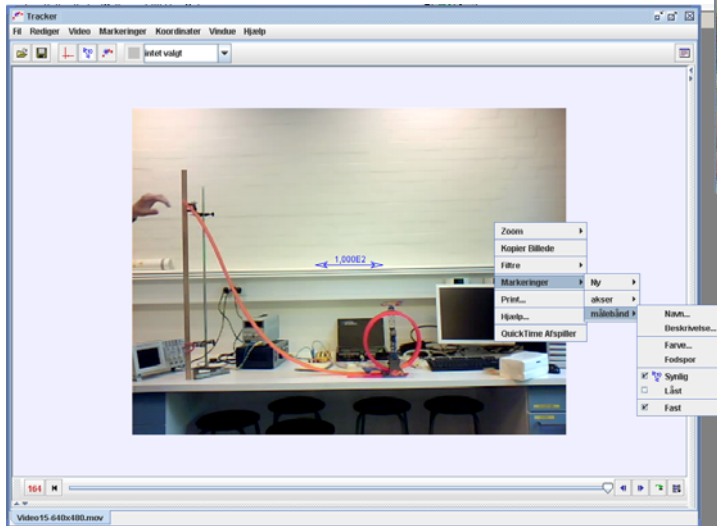
Tracker

Videoen fra kameraet skal konverteres fra formatet MPEG til MOV. Det sker med et lille LabVIEW-program `ffmpeg.vi`. Herefter kan videoen analyseres med sporingsprogrammet Tracker.

1. Først begrænser man sig til den billedsekvens, man ønsker at analysere. Det sker med "klipindstillinger" nederst til højre



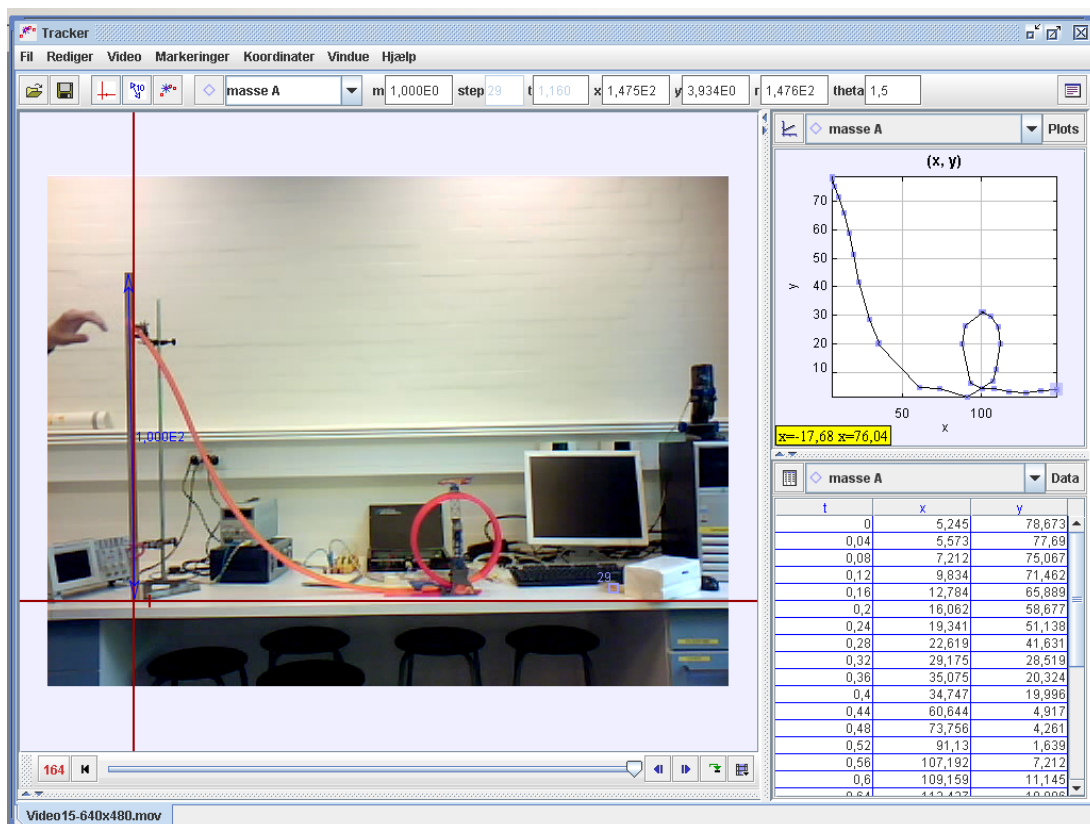
2. Dernæst indlægges målebånd, som flyttes ved at trække i pileenderne hen til den opstillede målestok. Standardenheden er cm og tallet rettes til (skriv oveni), så det passer til målestokken. Ligeledes indlægges akser.



3. Bilen markeres som en punktmasse og spores ved at holde skiftetasten nede, og venstreklikke på musen. Eventuelt zoomes ind (højreklik).



4. Nu kan observationerne listes ved at klikke på menuen Vindue og f.eks. vælge ”højre visning”. Data kopieres til et regneark, hvor de sammenlignes med data fra en simulering.



Maple

Lav først en simulering, hvor I kun medtager tyngdekraft og normalkraft. Benyt, at man for en bane givet ved $y = u(x)$ har for normalkraftens komponenter

$$F_{N,x} = -|F_N| \sin \alpha = -|F_N| \frac{u'(x)}{\sqrt{1 + (u'(x))^2}} \quad (1)$$

$$F_{N,y} = |F_N| \cos \alpha = |F_N| \frac{1}{\sqrt{1 + (u'(x))^2}} \quad (2)$$

Her er normalkraftens størrelse givet ved

$$|F_N| = mg \cos \alpha + mv^2 \frac{u''(x)}{(1 + (u'(x))^2)^{3/2}}, \quad \text{hvor} \quad \frac{1}{r} = \frac{u''(x)}{(1 + (u'(x))^2)^{3/2}} \quad (3)$$

er banens lokale krumning. Bemærk, at krumningen kan være opadhul eller nedadhul (fortegn).

Opgave 1. Udled formel (1), (2) og (3) ud fra en kraftanalyse på figur 1 idet formelen for krumningsradius r tages for givet.

Som skabelon for jeres simulering kan I bruge et Mapleark for skråt kast, som vil ligge klar på computerne ved øvelsens start. I skal selvfølgelig opstille nye differentialligninger svarende til at I i første omgang IKKE medtager luftmodstand, men i stedet indfører normalkraften. Bemærk at man nemt laver en tabel over værdier for de numeriske løsninger for koordinatfunktionerne. Disse værdier hentes over i et regneark, hvor de sammenlignes med den målte banekurve.

Konklusion

Udfordring 1: Sammenlign f.eks. jeres simulering med og uden luft- og gnidningsmodstand med et forudberegnet nedslagspunkt uden luftmodstand og gnidningsmodstand. Kan man se forskel? Hvad er fordelene ved en skabelon i forhold til en frit bevægelig bane? Se i øvrigt udfordring 3.

Udfordring 2: Sammenlign f.eks. jeres simulering med og uden luft- og gnidningsmodstand med et forudberegnet "slippunkt" uden luftmodstand og gnidningsmodstand. Kan man se forskel? Hvad er fordelene ved en skabelon i forhold til en frit bevægelig bane? Se i øvrigt udfordring 3.

Udfordring 3: Sammenlign banekurver og koordinatfunktioner fra video og simulering. Kan man opnå en rimelig simulering alene ved at indføre gnidningsmodstand og luftmodstand, eller er det noget helt tredje, der har størst betydning for afvigelsen mellem simuleringen og virkeligheden?